

Mattecirkel från mattebloggen.com

Om cirklar och randvinklar

En **cirkel** är en kurva i planet bestående av alla punkter som ligger på ett givet avstånd R från en fix punkt O . R kallas för cirkelns **radie** och O för cirkelns **medelpunkt**. En sträcka mellan medelpunkten och en punkt på cirkeln kallas också för **radie**.

Två punkter på en cirkel delar den i två **cirkelbågar** eller **bågar**.

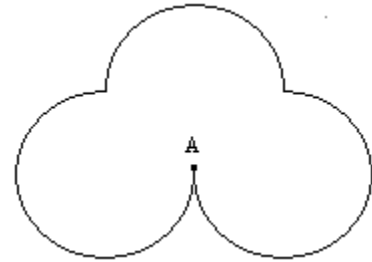
En **korda** är en sträcka mellan två punkter på en cirkel. En **diameter** är en korda som går genom medelpunkten. Om en båge har samma ändpunkter som en korda kallas det **bågen på en korda**.

En **medelpunktsvinkel** är en vinkel mellan två radier. Mellan radiernas ändpunkter ligger en båge; man säger att **medelpunktsvinkeln står på bågen**.

Vinkeln mellan två kordor, vars spets ligger på cirkeln, kallas **randvinkel** eller **bågvinkel**. Det ligger en båge mellan vinkelbenen; man säger att **randvinkeln står på bågen**.

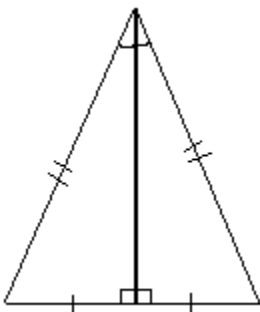
1. Visa att: a) En cirkel är spegelsymmetrisk kring sin diameter. b) En diameter som går vinkelrätt mot en korda delar kordan och bågar på kordan mitt itu.
2. Visa att mittpunktsnormalen till en korda går genom medelpunkten.
3. Visa att två bågar som ligger mellan parallella kordor är lika stora.
4. Visa att två bågar (som är mindre än en halvcirkel) är lika stora om och endast om kordorna som bågar står på är lika stora. (*Ledtråd: antag först att bågar är lika stora och visa att kordorna också måste vara det. Sedan visa att omvändningen gäller också.*)
5. **Vinkelmåttet av en båge** är storleken på medelpunktsvinkeln som står på bågen. Omkretsen av en cirkel med radien R är $2\pi R$, där $\pi \approx 3,14159265\dots$. Längden av en båge α° i en cirkel med radien R är $\pi R \alpha / 180$. En enhetsvinkel 1 radian är en medelpunktsvinkel som står på en båge lika lång som radien. Bestäm ungefär hur många grader det är i en enhetsvinkel.
6. (*Randvinkelsatsen*) Visa att en randvinkel är hälften så stor som vinkelmåttet av bågen den står på.
7. Visa att en randvinkel på en halvcirkel är rät.
8. Visa att randvinklar som står på samma båge är lika stora.
9. Visa att om randvinklar i en cirkel är lika stora så står de på lika stora bågar.

10. Ändpunkterna av två lika stora bågar förenas med två kordor som ej skär varandra. Visa att kordorna är parallella.
11. Kordor AB och CD skär varandra i en punkt M . Visa att trianglarna ADM och CBM är likformiga.
12. Kordor AB och CD skär varandra i en punkt M . Visa att $AM \cdot MB = CM \cdot MD$.
13. I en triangel ABC dras bisektrisen till vinkeln A och mittpunktsnormalen till sidan BC . Linjerna skär varandra i punkten M . Visa att punkterna A, B, C och M ligger på en cirkel.
14. En sluten kurva på bilden är sammansatt av tre cirkelbågar av samma radie. De två nedre bågar tillhör cirklar som tangerar varandra i punkten A . Dessa bågar har vinkelått 270° var, medan den övre bågen har vinkelått 180° . Visa att vilken som helst rät linje genom A delar kurvans omkrets mitt itu.



Användbart:

- Höjden, medianen och bisektrisen i en likbent triangel sammanfaller.



- Vinkelsumman i en triangel är $180^\circ \Rightarrow$ Yttervinkeln till en triangel är lika med summan av de andra två vinklarna.

