

## Mattecirkel från mattebloggen.com

### Rester och summor på en rad

- 15 positiva heltal står på en rad. Summan av de sju första slutar på 8. Summan av de åtta sista slutar på 9. Bestäm slutsiffran för summan av samtliga talen i raden.
- 99 positiva heltal står på en rad.
  - Summan av de 50 första talen är 1001, summan av de 50 sista är 2010. Summan av samtliga tal i raden är 3005. Bestäm talet som står på 50:e platsen.
  - Summan av de 50 första talen slutar på 1, summan av de 50 sista talen slutar på 4. Summan av samtliga talen på raden slutar på 9. Bestäm slutsiffran för talet på plats 50.
- 100 positiva heltal står på en rad. Man vet att summan av vilka som helst tre på varandra följande tal slutar på 3. De två första talen i raden är 7 och 4. Bestäm slutsiffrorna för alla andra tal i raden.
- 100 positiva heltal står på en rad. Man vet att summan av vilka som helst elva på varandra följande tal är jämnt delbart med 10. Det första talet i raden är 2010. Bestäm slutsiffran för det sista talet i raden.
- 49 positiva heltal är ifyllda i en tabell med storleken  $7 \times 7$ . Man vet att summan av samtliga talen i vilken rad som helst är jämn. Kan det hända att summan av samtliga tal i vilken kolonn som helst är udda?
- 10 positiva heltal står på en rad. Visa att man kan hitta en grupp som består av ett eller flera på varandra följande tal så att deras summa är jämnt delbart a) med 3 b) med 4.
- 100 positiva heltal står på en rad. Om man dividerar summan av vilka som helst 17 på varandra följande tal med 5 får man resten 2. Samma operation med summan av vilka som helst 39 på varandra följande tal ger resten 4. Vilken rest vid division med 5 ger då
  - summan av samtliga talen på raden
  - det 50:e talet.
- 11 positiva heltal står på en rad. Visa att man kan hitta
  - två grupper på varandra följande tal sådana att en grupp är en del av den andra gruppen samt att summorna i båda grupper slutar på en och samma siffra.
  - en grupp som består av ett eller flera på varandra följande tal med summa som slutar på 0.

### Extra problem

- $N$  positiva heltal står på en rad. Visa att man kan hitta en grupp av ett eller flera på varandra följande tal så att deras summa är jämnt delbar med  $N$ .
- Kan man byta ordning på heltalen från 1 till 2012 på så sätt att summan av vilka som helst 10 på varandra följande tal blir jämnt delbar med 10?
- En ond kung arrangerar ett matteprov för sina visa män. Han lovar att ställa dem i en kolonn i bokstavsordning och sätta en gul eller en blå huva på var mans huvud. En vis man kommer att se huvor bara på dem som står före honom (dvs den förste ser ingen, den siste ser allas huvor utom sin egen). Sedan kommer en signal höras varje minut och då måste någon av de vise männen ropa ett av de två färgerna. Man har exakt ett försök på sig, och om någon ropar något annat, eller om två stycken ropar samtidigt, eller om ingen ropar

någonting så avrättar kungen de alla. Om de följer reglerna kommer endast de som har gissat fel färg på sin huva att avrättas.

Kvällen innan provet samlades samtliga vise män för att komma överens om hur de skulle kunna förmedla för varandra den livsviktiga informationen utan att bryta mot reglerna, det vill säga vad ett rop skulle kunna betyda i olika lägen.

a) Sammanlagt finns 3 vise män. Kan 2 av dem säkerligen räddas?

b) Sammanlagt finns 40 vise män. Hur kan 30 av dem säkerligen räddas?

c) Sammanlagt finns 100 vise män. Bestäm det största antalet män som säkerligen kan räddas.