Mattecirkel *från mattebloggen.com*

Algoritmer.

1. Ett kompani kom till en flodstrand. Soldaterna ville ta sig över floden. I närheten rodde två pojkar en båt. Båten är liten och kan rymma antingen en soldat eller två pojkar. Dock lyckades hela kompaniet ta sig över floden. På vilket sätt gjorde de det?
2. En gräshoppa hoppar på heltalspunkter. Den får hoppa tre enheter framåt eller två enheter tillbaka. Hur kan den hoppa på vart och ett av talen mellan 1 till 1000 precis en gång var?
3. Talet 1999! byts ut mot sin siffersumma. Det nya talet byts mot sin nya siffersumma o s.v.

a) Visa att man kommer att få ett ensiffrigt tal så småningom.

b) Bestäm det ensiffriga talet.

4. Schackbrädet är ursprungligen tom. Vid varje drag placerar man ett torn till på schackbrädet. Om tornet råkar hota något annat torn eller fler, måste ett av de hotade tornen tas bort. Bestäm det största möjliga antalet torn som kunde stå på schackbrädet.
5. Talen 1, 2,…, 100 står i rad i någon ordning.
   a) Man får byta plats på vilka som helst två tal som står intill varandra. Visa att man kan placera alla tal i stigande ordning.

b) Man får byta plats på vilka som helst två tal som har skillnaden 1 (till exempel 7 och 8), oavsett var de står. Visa att man kan placera alla tal i stigande ordning.

c) Bestäm det minsta antalet ombyten som skulle behövas i värsta fall både i (a) och (b).

6. a) I landet Oz utgår exakt två vägar ur varje stad till andra städer i landet. En resenär startar från huvudstaden och vill fortsätta resa så långt det går utan att åka på samma väg två gånger. Visa att han kommer att avsluta sin resa i huvudstaden.

b) Samma uppgift i ett land där det utgår 10 vägar ur varje stad.

7. Schackpjäsen målaren får under ett drag göra ett steg lodrätt eller vågrätt, sedan måste den måla om rutan dit den kommit till en motsatt färg. Först placeras målaren i ett hörn på ett vitt schackbräde. Visa hur den ska kunna måla om det till ett vanligt svart-vitt schackbräde.

Extra problem

8. Har man ett heltal A, får man byta det mot A+d, där d är en delare till A som är skild både från 1 och från A. Ursprungligen har man A=4. Visa att man då kan få vilket heltal som helst som inte är ett primtal.
9. I en rektangulär tabell av format 3×100 står 100 röda, 100 vita och 100 blåa brickor. Man får byta plats på brickor som står i en och samma vågrät rad. Visa att man kan arrangera brickorna på så sätt att det i vilket som helst kolonn finns brickor av alla tre färger.
10. Ett antal torn står på ett schackbräde 100×100. Visa att man kan måla dem i 3 färger så att tornen av samma färg inte hotar varandra.