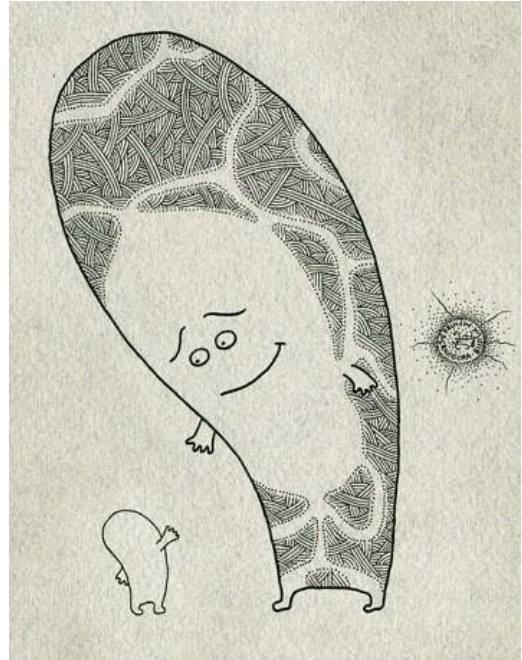


Olikheter-1.

1. Visa att $x^2 + y^2 \geq 2xy$ för alla tal x och y .
2. Visa att $x + y \geq 2\sqrt{xy}$ för alla icke negativa tal x och y .
3. Visa att $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$ för alla positiva tal x och y .
4. Visa att $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$ för alla positiva tal x och y .
5. Vilket är större: $x + \frac{1}{x}$ eller 2 , om $x > 0$?
6. Produkten av vissa två positiva tal är större än deras summa. Visa att den summan är större än 4 .
7. Visa olikheten $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$.
8. För icke negativa tal a , b och c visa att $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$.
9. För icke negativa tal a , b och c visa att $ab + bc + ca \geq a\sqrt{bc} + b\sqrt{ca} + c\sqrt{ab}$.
10. Visa att olikheten $a^4 + b^4 + c^4 \geq abc(a+b+c)$ gäller för alla a , b och c .



Alltså gäller följande medelvärdesolikheter för två positiva tal:

$$\frac{2}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}} \leq \sqrt{a_1 a_2} \leq \frac{a_1 + a_2}{2} \leq \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2}{2}}$$

harmoniska \leq geometriska \leq aritmetiska \leq kvadratiska

Extra problem

11. I en parallelltrapets har de parallella sidorna (baserna) a och b . Vilka längder är lika med något av medelvärden ovan?
 - a) Längden på sträckan som är parallell med baserna och går igenom diagonalernas skärningspunkt
 - b) Längden på mittpunktslinjen
 - c) Längden på sträckan, parallell med baserna, som delar trapetsen i två delar med lika stor area; längden på sträckan som delar trapetsen i två likformiga delar.
12. Visa att $x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{(x+y+z)^2}{3} \geq xy + yz + zx$.