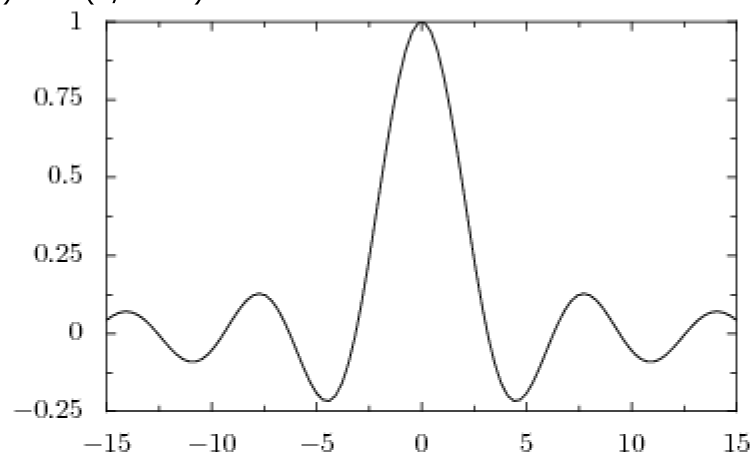
Mattecirkel *från matteblogen.com*

Funktionalekvationer.

1. För en funktion f vet man att om x<y, så är f(x)>f(y). Om a > b, vilket är då större: a) f(f(a)) eller f(f(b))? b) f(f(f(f(f(a))))) eller f(f(f(f(f(b)))))?
2. En funktion f är sådan att för alla par av tal x och y gäller att f(x+y)=f(x)+f(y). Det är givet att f(5)=1. Hitta a) f(100); b) f(1); c) f(1/2); d) f(2/3).
3. En funktion f är sådan att för alla par av positiva tal x och y gäller att f(xy)=f(x)+f(y). Hitta f(2010) om f(1/2010)=1.
4. För funktion f gäller följande likhet för godtyckliga reella tal x och y: f(x+y)=f(x)+f(y)+80xy. Det är givet att f(1/4)=2. Hitta a) f(1/2); b) f(1); c) f(2/3).



5. Hitta alla funktioner f sådana att följande likhet gäller för alla x och y: f(x-y)=f(x)+f(y)-2xy.
6. Funktionen f(x) satisfierar följande likhet för alla värden på x: f(x)+(x+1/2)f(1-x)=1. a) Hitta f(0) och f(1); b) Hitta f(13).

Blandade problem

7. På hur många sätt kan man lägga ner 7 mynt med olika valörer i tre fickor?

8. På ett bord ligger 4 likadana mynt. Man får flytta på mynten utan att lyfta dem från bordet. Man ska placera dem (utan att använda mätinstrument!) på så sätt att det ska gå att placera ut ett femte mynt med samma storlek som nuddar alla de fyra andra mynten.

9. Emil har en liten påse med mynt. Max räknade dem och konstaterade att om man fördelar mynten i 5 lika stora högar, så blir det två mynt kvar. Om man delar in dem i 4 lika stora högar, så blir det ett mynt kvar. Däremot går det att dela upp mynten i 3 lika stora högar. Vilket är det minsta antalet mynt som Emil kunde ha?