

Problemreduktion

Vad utmärker en matematiker?

Valentina Chapirovalova

HMT-finalen

22 januari 2011

Kylskåpsproblem 1

Problem 1: Hur lägger vi in en giraff i ett kylskåp med hjälp av tre operationer?



Kylskåpsproblem 1

Problem 1: Hur lägger vi in en giraff i ett kylskåp med hjälp av tre operationer?



1 Öppnar kylskåpet

Kylskåpsproblem 1

Problem 1: Hur lägger vi in en giraff i ett kylskåp med hjälp av tre operationer?



- 1 Öppnar kylskåpet
- 2 Läger in giraffen

Kylskåpsproblem 1

Problem 1: Hur lägger vi in en giraff i ett kylskåp med hjälp av tre operationer?



- 1 Öppnar kylskåpet
- 2 Lägger in giraffen
- 3 Stänger kylskåpet

Problem 2: Hur lägger vi in en flodhäst i kylskåpet?



Problem 2: Hur lägger vi in en flodhäst i kylskåpet?



Hur många operationer tar det?

Problem 2: Hur lägger vi in en flodhäst i kylskåpet?



Hur många operationer tar det?

- 1 Öppnar kylskåpet

Problem 2: Hur lägger vi in en flodhäst i kylskåpet?



Hur många operationer tar det?

- 1 Öppnar kylskåpet
- 2 Tar ut giraffen

Problem 2: Hur lägger vi in en flodhäst i kylskåpet?



Hur många operationer tar det?

- 1 Öppnar kylskåpet
- 2 Tar ut giraffen
- 3 Läger in flodhästen

Problem 2: Hur lägger vi in en flodhäst i kylskåpet?



Hur många operationer tar det?

- 1 Öppnar kylskåpet
- 2 Tar ut giraffen
- 3 Läger in flodhästen
- 4 Stänger kylskåpet

Problem 2: Hur lägger vi in en flodhäst i kylskåpet?



Hur många operationer tar det?

- 1 Öppnar kylskåpet
- 2 Tar ut giraffen
- 3 Läger in flodhästen
- 4 Stänger kylskåpet

4 operationer!

Så skulle inte en matematiker göra!

Problem 2: Hur lägger vi in en flodhäst i kylskåpet?

Problem 2: Hur lägger vi in en flodhäst i kylskåpet?

Hur många operationer tar det?

Problem 2: Hur lägger vi in en flodhäst i kylskåpet?

Hur många operationer tar det?

- 1 Öppnar kylskåpet

Problem 2: Hur lägger vi in en flodhäst i kylskåpet?

Hur många operationer tar det?

- 1 Öppnar kylskåpet
- 2 Tar ut giraffen

Problem 2: Hur lägger vi in en flodhäst i kylskåpet?

Hur många operationer tar det?

- 1 Öppnar kylskåpet
- 2 Tar ut giraffen
- 3 Stänger kylskåpet

Problem 2: Hur lägger vi in en flodhäst i kylskåpet?

Hur många operationer tar det?

- 1 Öppnar kylskåpet
- 2 Tar ut giraffen
- 3 Stänger kylskåpet
- 4 Reducerar problemet till Problem 1, som vi redan har löst

Problem 2: Hur lägger vi in en flodhäst i kylskåpet?

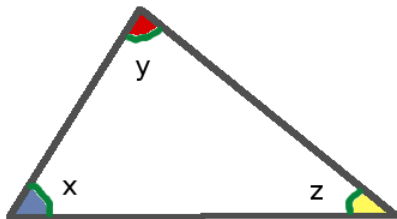
Hur många operationer tar det?

- 1 Öppnar kylskåpet
- 2 Tar ut giraffen
- 3 Stänger kylskåpet
- 4 Reducerar problemet till Problem 1, som vi redan har löst

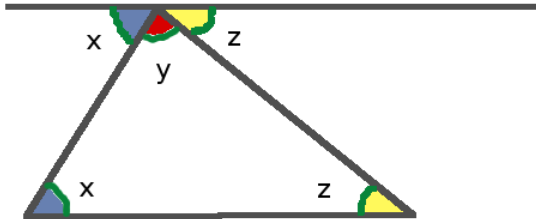
4 operationer eller 6 operationer, beroende på hur man ser på det.

Skämtet är helt seriöst, matematiker gör så hela tiden.

Problem 1: vad är vinkelsumman i en triangel?

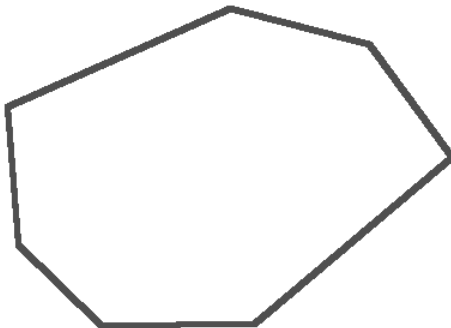


Problem 1: vad är vinkelsumman i en triangel?

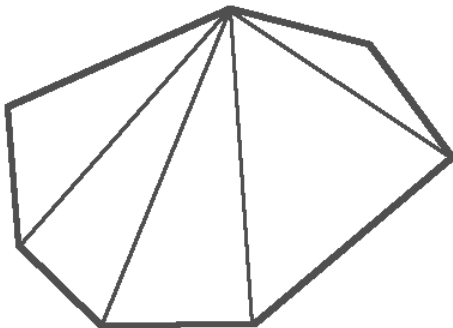


$$x + y + z = 180^\circ$$

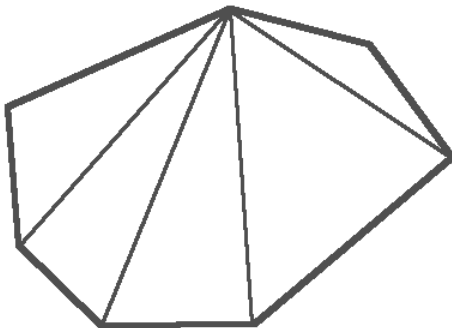
Problem 2: vad är vinkelsumman i en godtycklig n -hörning?



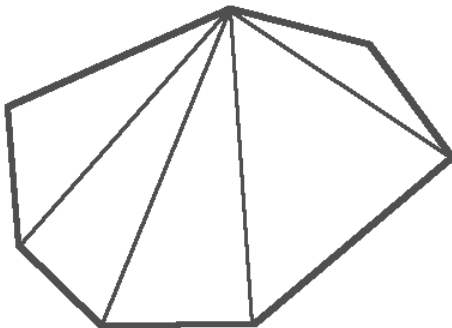
Problem 2: vad är vinkelsumman i godtycklig n -hörning?



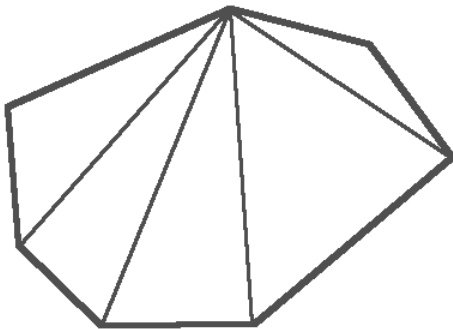
Problem 2: vad är vinkelsumman i godtycklig n -hörning?



Dela upp n -hörningen i $n - 2$ stycken trianglar. Summan för vinklarna i n -hörningen är lika med summan av alla triangelarnas vinkelsummor.



Problemet är reducerat till $n - 2$ stycken Problem 1.



Problemet är reducerat till $n - 2$ stycken Problem 1.

Vinkelsumman i en n -hörning är lika med $(n - 2) \cdot 180^\circ$.

Målare

Problem: En målare står i ett hörn på ett 8×8 -bräde. Han kan ta ett steg upp, ner, till höger eller till vänster, men efter det måste han måla om rutan han står på till den motsatta färgen.

Målare

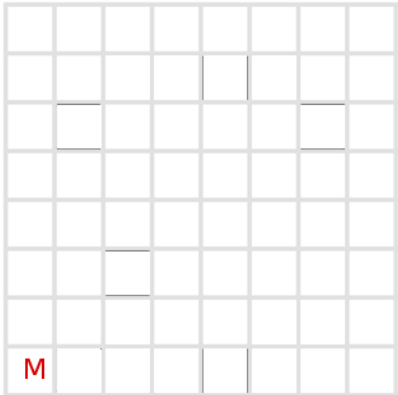
Problem: En målare står i ett hörn på ett 8×8 -bräde. Han kan ta ett steg upp, ner, till höger eller till vänster, men efter det måste han måla om rutan han står på till den motsatta färgen.

Kan han måla brädet schackrutigt, om det var helt vitt från början?

Målare

Problem: En målare står i ett hörn på ett 8x8-bräde. Han kan ta ett steg upp, ner, till höger eller till vänster, men efter det måste han måla om rutan han står på till den motsatta färgen.

Kan han måla brädet schackrutigt, om det var helt vitt från början?



Lite mindre problem: En målare står i ett hörn på ett 8×8 -bräde. Han kan ta ett steg upp, ner, till höger eller till vänster, men efter det måste han måla om rutan han står på till den motsatta färgen.

Lite mindre problem: En målare står i ett hörn på ett 8×8 -bräde. Han kan ta ett steg upp, ner, till höger eller till vänster, men efter det måste han måla om rutan han står på till den motsatta färgen.

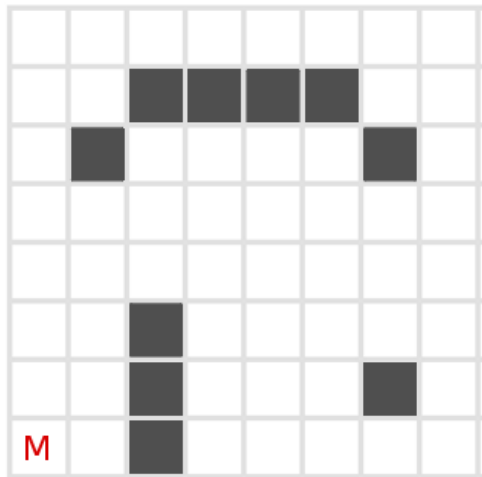
Kan han måla om en godtycklig ruta, så att de andra rutorna behåller samma färg?

Visst kan man det!

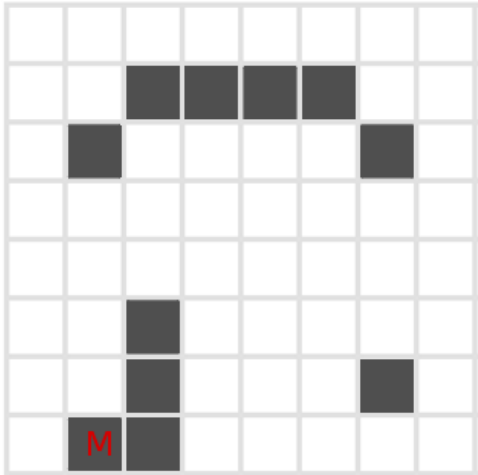
Visst kan man det!

Gå till rutan och sedan gå tillbaka, sluta precis innan målaren kommer tillbaka till det ursprungliga hörnet.

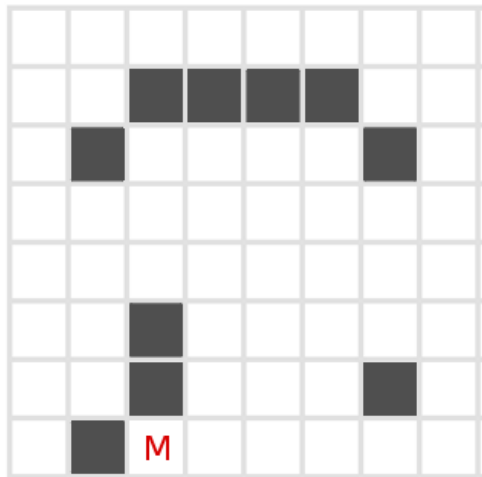
Exempel



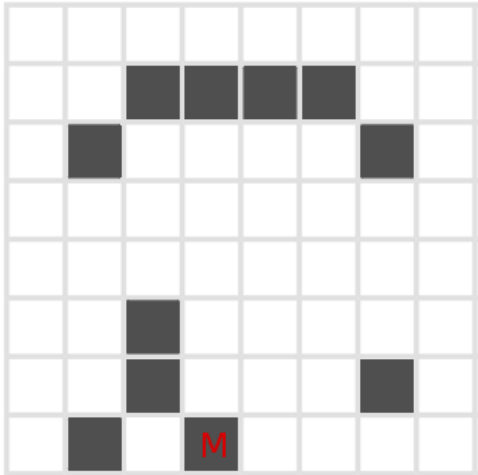
Exempel



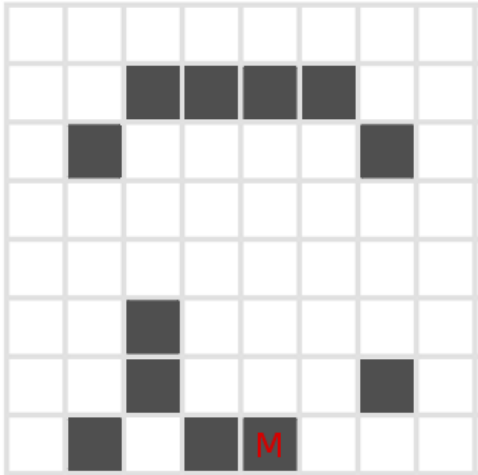
Exempel



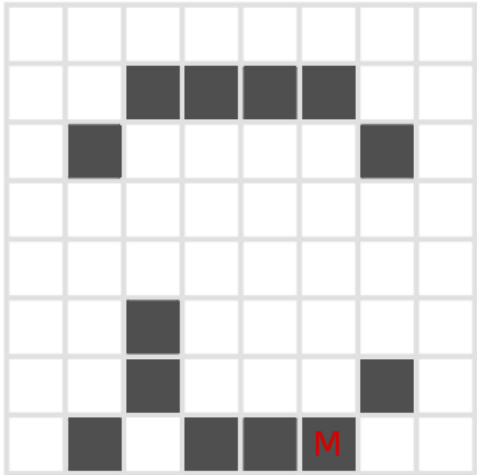
Exempel



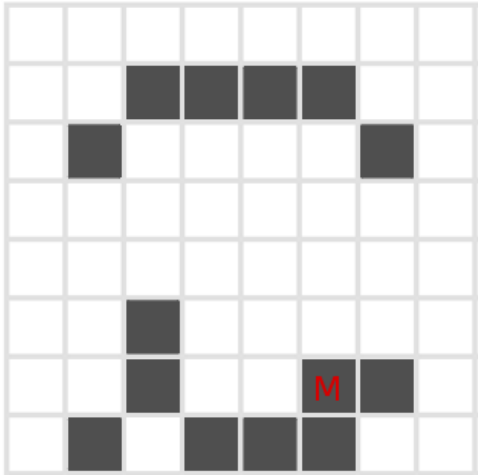
Exempel



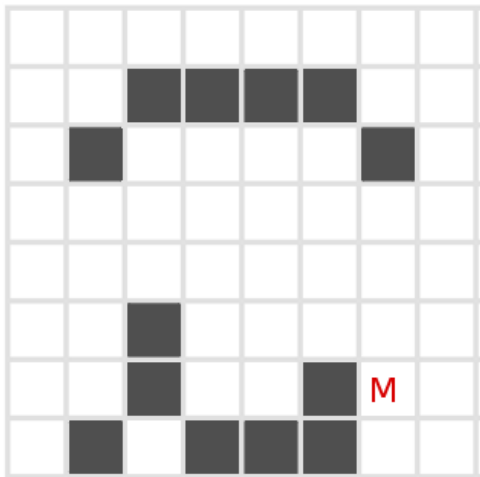
Exempel



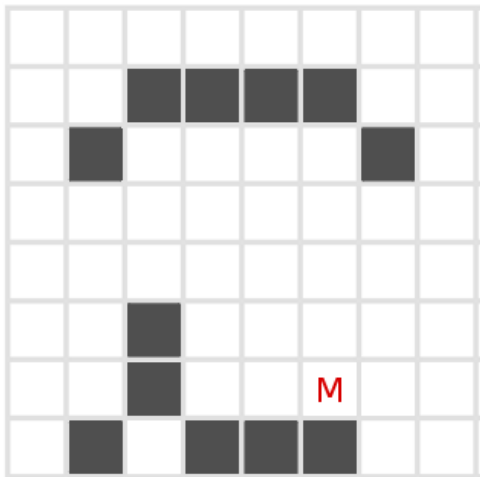
Exempel



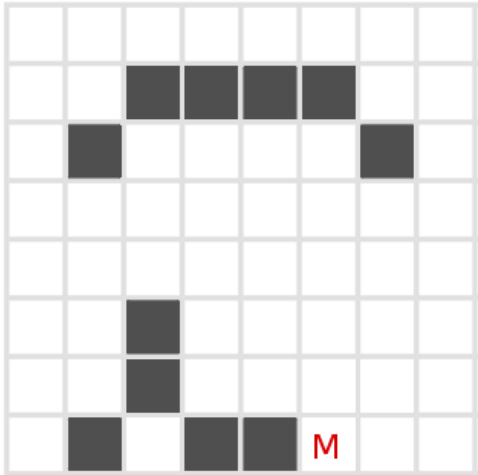
Exempel



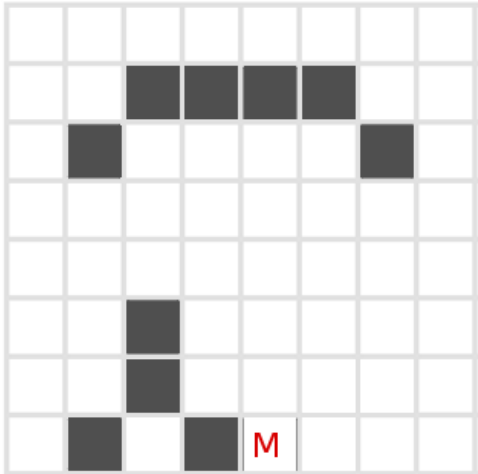
Exempel



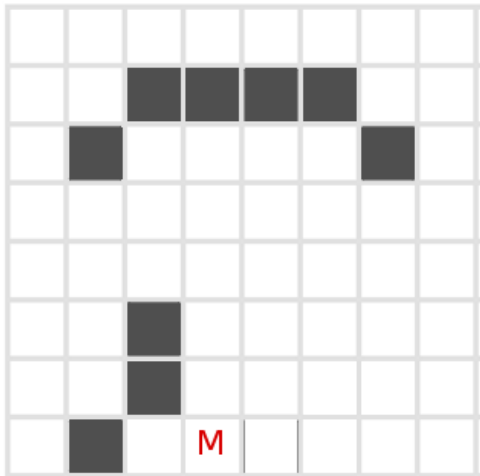
Exempel



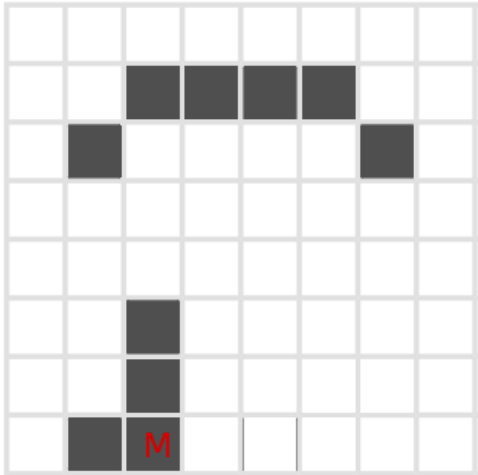
Exempel



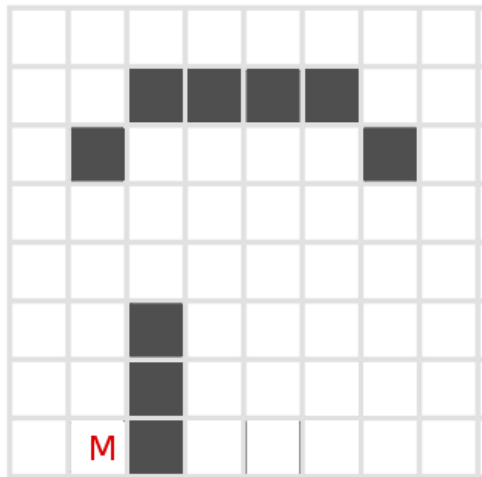
Exempel



Exempel

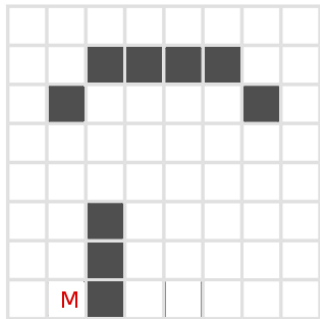
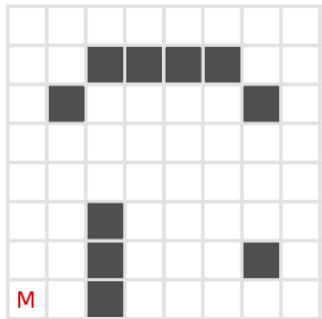


Exempel



Exempel

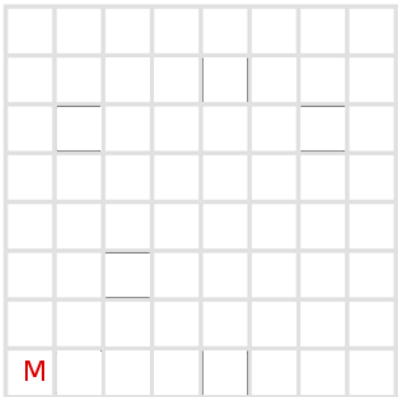
Jämförelse mellan start och slut:



Målare

Det ursprungliga problemet: En målare står i ett hörn på ett 8x8-bräde. Han kan ta ett steg upp, ner, till höger eller till vänster, men efter det måste han måla om rutan han står på till den motsatta färgen.

Kan han måla brädet schackrutigt, om det var helt vitt från



början?

Vi kan reducera problemet till 64 av den lättare sorten.

Vi kan reducera problemet till 64 av den lättare sorten.

Måla om en ruta i taget i svart respektive vitt, så att det blir ett schackrutigt mönster.

Ett lättare problem som man använder för att lösa ett större, kallas ofta **lemma**.

Du har tillgång till en tändsticksask och en brandsläckare. Du ser att det brinner i huset.

Du har tillgång till en tändsticksask och en brandsläckare. Du ser att det brinner i huset.

Hur släcker du branden?

Du har tillgång till en tändsticksask och en brandsläckare. Du ser att det brinner i huset.

Hur släcker du branden?

- 1 Tar brandsläckaren

Du har tillgång till en tändsticksask och en brandsläckare. Du ser att det brinner i huset.

Hur släcker du branden?

- 1 Tar brandsläckaren
- 2 Släcker branden med hjälp av den

Testa om du är en matematiker:

Testa om du är en matematiker:

Du har nu tillgång till en tändsticksask och en brandsläckare. Allt är dock i sin ordning i huset.

Testa om du är en matematiker:

Du har nu tillgång till en tändsticksask och en brandsläckare. Allt är dock i sin ordning i huset.

Hur släcker du branden?

Vi låter svaret vara osagt. Du får avgöra själv om du är en matematiker!