Lektion 1

Förenklingar

Valentina Chapovalova

IT-Gymnasiet

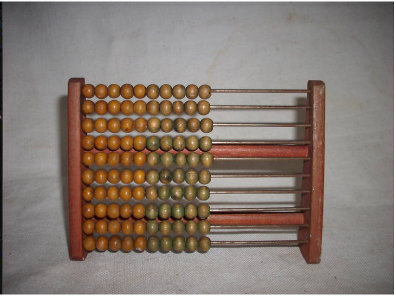
vårterminen 2011

Valentina

- Har magisterexamen i matematik
- Undervisar på mattekollo varje sommar
- Tycker om brädspel

Matematiken förenklar

Matematikens syfte är att vi ska kunna räkna med enkla modeller på komplicerade saker.

Iden om förenkling är också viktig inom själva matematiken.

Upprepad addition

För att förenkla saker introduceras ofta nya symboler:

Upprepad addition

För att förenkla saker introduceras ofta nya symboler:

- $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 =$

Upprepad addition

För att förenkla saker introduceras ofta nya symboler:

- $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 2 \cdot 6$

Upprepad addition

För att förenkla saker introduceras ofta nya symboler:

- $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 2 \cdot 6$
- $\underbrace{2 + 2 + 2 + \ldots + 2 + 2}_{20\ \textit{gånger}} =$

Upprepad addition

För att förenkla saker introduceras ofta nya symboler:

- $2+2+2+2+2+2 = 2 \cdot 6$
- $\underbrace{2+2+2+\ldots+2+2}_{20\ gånger} = 2 \cdot 20$

Upprepad multiplikation

När man räknar något stort (som till exempel antal celler i en organism) behöver man även göra upprepade multiplikationer:

Upprepad multiplikation

När man räknar något stort (som till exempel antal celler i en organism) behöver man även göra upprepade multiplikationer:

- $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$

Upprepad multiplikation

När man räknar något stort (som till exempel antal celler i en organism) behöver man även göra upprepade multiplikationer:

- $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6$

Upprepad multiplikation

När man räknar något stort (som till exempel antal celler i en organism) behöver man även göra upprepade multiplikationer:

- $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6$
- $\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 2}_{20 \ \textit{gånger}} =$

Upprepad multiplikation

När man räknar något stort (som till exempel antal celler i en organism) behöver man även göra upprepade multiplikationer:

- $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6$
- $\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 2}_{20 \ gånger} = 2^{20}$

Upprepad division

Om det är något väldigt litet man räknar (som till exempel storleken i meter på celler i en organism) behövs istället upprepad divison:

Upprepad division

Om det är något väldigt litet man räknar (som till exempel storleken i meter på celler i en organism) behövs istället upprepad divison:

- $\frac{\frac{\frac{1}{10}}{10}}{10} =$

Upprepad division

Om det är något väldigt litet man räknar (som till exempel storleken i meter på celler i en organism) behövs istället upprepad divison:

- $\frac{\frac{\frac{1}{10}}{10}}{10} = 10^{-3}$

Upprepad division

Om det är något väldigt litet man räknar (som till exempel storleken i meter på celler i en organism) behövs istället upprepad divison:

- $\frac{\frac{\frac{1}{10}}{10}}{10} = 10^{-3}$
- $\frac{1}{\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 2}}$

Upprepad division

Om det är något väldigt litet man räknar (som till exempel storleken i meter på celler i en organism) behövs istället upprepad divison:

- $\frac{\frac{\frac{1}{10}}{10}}{10} = 10^{-3}$
- $\frac{1}{\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 2}_{20 \ \text{gånger}}} =$

Upprepad division

Om det är något väldigt litet man räknar (som till exempel storleken i meter på celler i en organism) behövs istället upprepad divison:

- $\frac{\frac{\frac{1}{10}}{10}}{10} = 10^{-3}$
- $\frac{1}{\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 2}_{20 \ \text{gånger}}} = 2^{-20}$

Förenkla uttryck

Förenkla genom att skriva samma uttryck, fast med färre antal tecken:

Förenkla uttryck

Förenkla genom att skriva samma uttryck, fast med färre antal tecken:

1. $x \cdot x \cdot x \cdot x =$
2. $2^{10} \cdot 3^{10} =$
3. $\frac{\frac{\frac{1}{y}}{y}}{y} =$
4. $m^5 \cdot m^5 \cdot m^5 =$
5. $\frac{9^{20}}{9^4} =$
6. $\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 2}_{x \ gånger} =$

Förenkla uttryck

Förenkla genom att skriva samma uttryck, fast med färre antal tecken:

1. $x \cdot x \cdot x \cdot x = x^4$
2. $2^{10} \cdot 3^{10} = 6^{10}$
3. $\frac{\frac{\frac{1}{y}}{y}}{y} = y^{-3}$
4. $m^5 \cdot m^5 \cdot m^5 = m^{15}$
5. $\frac{9^{20}}{9^4} = 9^{16}$
6. $\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 2}_{x \text{ gånger}} = 2^x$

Potensreglerna hjälper vid snabba uppskattningar!

Potensreglerna hjälper vid snabba uppskattningar!

Uppskatta snabbt

Vilket är större: 2^{30} eller 3^{20}?

Uppskattning

Potensreglerna hjälper vid snabba uppskattningar!

Uppskatta snabbt

Vilket är större: 2^{30} eller 3^{20}?

$2^{30} = 2^{3 \cdot 10} = (2^3)^{10}$

Potensreglerna hjälper vid snabba uppskattningar!

Uppskatta snabbt

Vilket är större: 2^{30} eller 3^{20}?

$2^{30} = 2^{3 \cdot 10} = (2^3)^{10}$

medan $3^{20} = 3^{2 \cdot 10} = (3^2)^{10}$

Uppskattning

Potensreglerna hjälper vid snabba uppskattningar!

Uppskatta snabbt

Vilket är större: 2^{30} eller 3^{20}?

$2^{30} = 2^{3 \cdot 10} = (2^3)^{10}$

medan $3^{20} = 3^{2 \cdot 10} = (3^2)^{10}$

Eftersom $2^3 = 8$ och $3^2 = 9$, så är $(2^3)^{10} < (3^2)^{10}$

Uppskattning

Potensreglerna hjälper vid snabba uppskattningar!

Uppskatta snabbt

Vilket är större: 2^{30} eller 3^{20}?

$2^{30} = 2^{3 \cdot 10} = (2^3)^{10}$

medan $3^{20} = 3^{2 \cdot 10} = (3^2)^{10}$

Eftersom $2^3 = 8$ och $3^2 = 9$, så är $(2^3)^{10} < (3^2)^{10}$

Således, $3^{20} > 2^{30}$.

Uttryck förekommer överallt i matematiken och kan både innehålla variabler och tal.

Evaluering av uttryck

Uttryck förekommer överallt i matematiken och kan både innehålla variabler och tal.
De uttryck som har variabler kan *evalueras*.

Uttryck förekommer överallt i matematiken och kan både innehålla variabler och tal.
De uttryck som har variabler kan *evalueras*.

För $y = 3$ och $z = 1$ evalueras uttrycket $y + \frac{2}{z+1}$ till $y + \frac{2}{z+1}$

Evaluering av uttryck

Uttryck förekommer överallt i matematiken och kan både innehålla variabler och tal.
De uttryck som har variabler kan *evalueras*.

För $y = 3$ och $z = 1$ evalueras uttrycket $y + \frac{2}{z+1}$ till $3 + \frac{2}{z+1}$

Evaluering av uttryck

Uttryck förekommer överallt i matematiken och kan både innehålla variabler och tal.
De uttryck som har variabler kan *evalueras*.

För $y = 3$ och $z = 1$ evalueras uttrycket $y + \frac{2}{z+1}$ till $3 + \frac{2}{1+1}$

Evaluering av uttryck

Uttryck förekommer överallt i matematiken och kan både innehålla variabler och tal.
De uttryck som har variabler kan *evalueras*.

För $y = 3$ och $z = 1$ evalueras uttrycket $y + \frac{2}{z+1}$ till $3 + \frac{2}{1+1}$ som är lika med $3 + \frac{2}{2} =$

Evaluering av uttryck

Uttryck förekommer överallt i matematiken och kan både innehålla variabler och tal.
De uttryck som har variabler kan *evalueras*.

För $y = 3$ och $z = 1$ evalueras uttrycket $y + \frac{2}{z+1}$ till $3 + \frac{2}{1+1}$ som är lika med $3 + \frac{2}{2} = 3 + 1 =$

Evaluering av uttryck

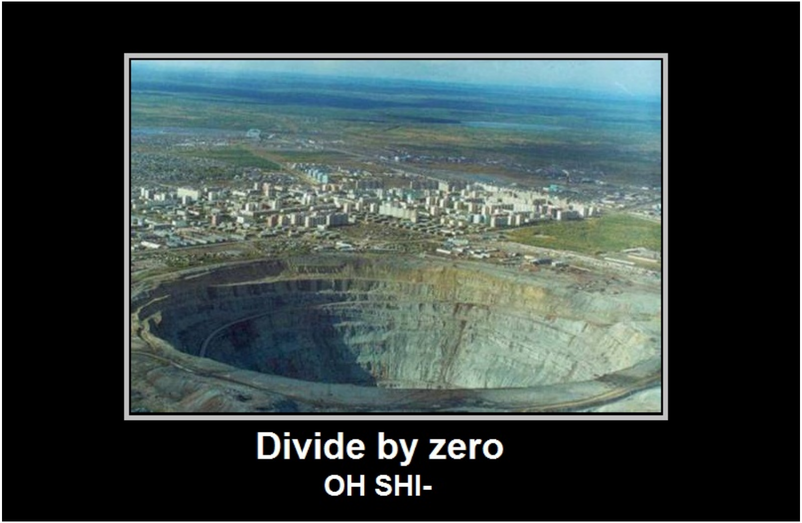
Uttryck förekommer överallt i matematiken och kan både innehålla variabler och tal.
De uttryck som har variabler kan *evalueras*.

För $y = 3$ och $z = 1$ evalueras uttrycket $y + \frac{2}{z+1}$ till $3 + \frac{2}{1+1}$ som är lika med $3 + \frac{2}{2} = 3 + 1 = 4$.

Misslyckad evaluering av uttryck

För $y = 3$ och $z = -1$ försöker vi evaluera uttrycket $y + \frac{2}{z+1}$ till
$3 + \frac{2}{-1+1}$
som är “lika med“ $3 + \frac{2}{0} = ?$.

Division med 0



Misslyckad evaluering av uttryck

Så man säger att uttrycket $y + \frac{2}{z+1}$ är *ej definierat* för $z = -1$.

Förenkla uttryck med variabler

Förenkla:

$$-5a^5 + 15a^2 =$$

Förenkla:

$$-5a^5 + 15a^2 = -5a^2(a^3 - 3)$$

Förenkla uttryck med variabler

Förenkla:

$-5a^5 + 15a^2 = -5a^2(a^3 - 3)$
7 stycken "potenser" reducerades till 5 stycken

Försök att skriva om följande uttryck så att de blir så korta som möjligt:

Förenkla uttryck med variabler

Försök att skriva om följande uttryck så att de blir så korta som möjligt:

1. $3x^3 - 12x^2 + 9x =$
2. $6m^5 - 12m^3 + 27m^2 =$
3. $x^2 - 2x + 1 =$
4. $4y^4 + 8y^2 + 1 =$
5. $xy + y + x + 2 =$

Förenkla uttryck med variabler

Försök att skriva om följande uttryck så att de blir så korta som möjligt:

1. $3x^3 - 12x^2 + 9x = 3x(x^2 - 4x + 3)$
2. $6m^5 - 12m^3 + 27m^2 = 3m^2(2m^3 - 4m + 9)$
3. $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$
4. $4y^4 + 8y^2 + 1 = (2y^2 + 1)^2$
5. $xy + y + x + 2 = (x + 1)(y + 2)$

Förenkling av uttryck med variabler

Bråk som består av uttryck förkortas som vanliga bråk:

Bråk som består av uttryck förkortas som vanliga bråk:

Rationellt uttryck

$\frac{x^2-1}{x-1} =$

Bråk som består av uttryck förkortas som vanliga bråk:

Rationellt uttryck

$\frac{x^2-1}{x-1} =$

Faktorisera täljaren och nämnaren om det går:

Förenkling av uttryck med variabler

Bråk som består av uttryck förkortas som vanliga bråk:

Rationellt uttryck

$\frac{x^2-1}{x-1} =$

Faktorisera täljaren och nämnaren om det går:

$\frac{x^2-1}{x-1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} =$

Förenkling av uttryck med variabler

Bråk som består av uttryck förkortas som vanliga bråk:

Rationellt uttryck

$\frac{x^2-1}{x-1} =$

Faktorisera täljaren och nämnaren om det går:

$\frac{x^2-1}{x-1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} =$

Förkorta hela faktorer om de förekommer i både täljaren och nämnaren:

Bråk som består av uttryck förkortas som vanliga bråk:

Rationellt uttryck

$\frac{x^2-1}{x-1} =$

Faktorisera täljaren och nämnaren om det går:

$\frac{x^2-1}{x-1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} =$

Förkorta hela faktorer om de förekommer i både täljaren och nämnaren:

$\frac{x^2-1}{x-1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = x + 1.$

Repetition

Öva på uppgifterna 5002-5009 i Holmström/Smedhamre. Fråga om det är något!