Lektion 2

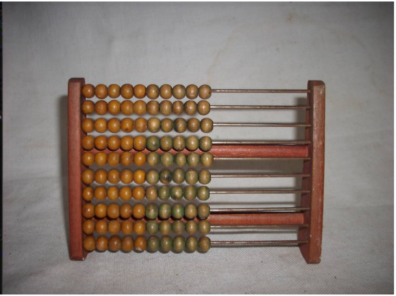
Potenser

Valentina Chapovalova

IT-Gymnasiet

vårterminen 2011

Matematikens syfte är att vi ska kunna räkna med enkla modeller på komplicerade saker.

Iden om förenkling är också viktig inom själva matematiken.

Upprepad addition

För att förenkla saker introduceras ofta nya symboler:

Upprepad addition

För att förenkla saker introduceras ofta nya symboler:

- $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 =$

Upprepad addition

För att förenkla saker introduceras ofta nya symboler:

- $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 2 \cdot 6$

Upprepad addition

För att förenkla saker introduceras ofta nya symboler:

- $2+2+2+2+2+2=2\cdot 6$
- $\underbrace{2+2+2+\ldots+2+2}_{20\ gånger} =$

Upprepad addition

För att förenkla saker introduceras ofta nya symboler:

- $2+2+2+2+2+2=2\cdot 6$
- $\underbrace{2+2+2+\ldots+2+2}_{20\ g\aa nger}=2\cdot 20$

Upprepad multiplikation

När man räknar något stort (som till exempel antal celler i en organism) behöver man även göra upprepade multiplikationer:

Upprepad multiplikation

När man räknar något stort (som till exempel antal celler i en organism) behöver man även göra upprepade multiplikationer:

- $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$

Upprepad multiplikation

När man räknar något stort (som till exempel antal celler i en organism) behöver man även göra upprepade multiplikationer:

- $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6$

Upprepad multiplikation

När man räknar något stort (som till exempel antal celler i en organism) behöver man även göra upprepade multiplikationer:

- $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6$
- $\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 2}_{20 \ gånger} =$

Upprepad multiplikation

När man räknar något stort (som till exempel antal celler i en organism) behöver man även göra upprepade multiplikationer:

- $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6$
- $\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 2}_{20 \ \textit{gånger}} = 2^{20}$

Upprepad division

Om det är något väldigt litet man räknar (som till exempel storleken i meter på celler i en organism) behövs istället upprepad divison:

Upprepad division

Om det är något väldigt litet man räknar (som till exempel storleken i meter på celler i en organism) behövs istället upprepad divison:

- $\frac{\frac{\frac{1}{10}}{10}}{10} =$

Upprepad division

Om det är något väldigt litet man räknar (som till exempel storleken i meter på celler i en organism) behövs istället upprepad divison:

- $\frac{\frac{\frac{1}{10}}{10}}{10} = 10^{-3}$

Upprepad division

Om det är något väldigt litet man räknar (som till exempel storleken i meter på celler i en organism) behövs istället upprepad divison:

- $\frac{\frac{\frac{1}{10}}{10}}{10} = 10^{-3}$
- $\frac{1}{\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 2}}$

Om det är något väldigt litet man räknar (som till exempel storleken i meter på celler i en organism) behövs istället upprepad divison:

- $\frac{\frac{\frac{1}{10}}{10}}{10} = 10^{-3}$
- $\underbrace{\frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 2}}_{20 \ \text{gånger}} =$

Upprepad division

Om det är något väldigt litet man räknar (som till exempel storleken i meter på celler i en organism) behövs istället upprepad divison:

- $\frac{\frac{\frac{1}{10}}{10}}{10} = 10^{-3}$
- $\frac{1}{\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 2}_{20 \ \textit{gånger}}} = 2^{-20}$

Största talet

Vilket är det största talet som finns?

Största talet

Vilket är det största talet som finns?

Det finns inget största tal. Vilket tal vi än tar, kan vi hitta på ett större.

Vilket är det största talet som finns?

Det finns inget största tal. Vilket tal vi än tar, kan vi hitta på ett större.

Till exempel finns det inte något slut på följden:

Största talet

Vilket är det största talet som finns?

Det finns inget största tal. Vilket tal vi än tar, kan vi hitta på ett större.

Till exempel finns det inte något slut på följden:

- 10

Största talet

Vilket är det största talet som finns?

Det finns inget största tal. Vilket tal vi än tar, kan vi hitta på ett större.

Till exempel finns det inte något slut på följden:

- 10
- 10^2

Största talet

Vilket är det största talet som finns?

Det finns inget största tal. Vilket tal vi än tar, kan vi hitta på ett större.

Till exempel finns det inte något slut på följden:

- 10
- 10^2
- 10^3

Största talet

Vilket är det största talet som finns?

Det finns inget största tal. Vilket tal vi än tar, kan vi hitta på ett större.

Till exempel finns det inte något slut på följden:

- 10
- 10^2
- 10^3
- 10^4

Största talet

Vilket är det största talet som finns?

Det finns inget största tal. Vilket tal vi än tar, kan vi hitta på ett större.

Till exempel finns det inte något slut på följden:

- 10
- 10^2
- 10^3
- 10^4
- 10^5

Största talet

Vilket är det största talet som finns?

Det finns inget största tal. Vilket tal vi än tar, kan vi hitta på ett större.

Till exempel finns det inte något slut på följden:

- 10
- 10^2
- 10^3
- 10^4
- 10^5
- 10^6

Största talet

Vilket är det största talet som finns?

Det finns inget största tal. Vilket tal vi än tar, kan vi hitta på ett större.

Till exempel finns det inte något slut på följden:

- 10
- 10^2
- 10^3
- 10^4
- 10^5
- 10^6
- $\ldots$

Största talet

Vilka stora tal används egentligen?

Största talet

Vilka stora tal används egentligen?

- Antalet bits i en hårddisk:

Största talet

Vilka stora tal används egentligen?

- Antalet bits i en hårddisk: ungefär 10^{13}

Största talet

Vilka stora tal används egentligen?

- Antalet bits i en hårddisk: ungefär 10^{13}
- Antalet celler i människokroppen:

Största talet

Vilka stora tal används egentligen?

- Antalet bits i en hårddisk: ungefär 10^{13}
- Antalet celler i människokroppen: mer än 10^{14}

Största talet

Vilka stora tal används egentligen?

- Antalet bits i en hårddisk: ungefär 10^{13}
- Antalet celler i människokroppen: mer än 10^{14}
- Universums ålder:

Största talet

Vilka stora tal används egentligen?

- Antalet bits i en hårddisk: ungefär 10^{13}
- Antalet celler i människokroppen: mer än 10^{14}
- Universums ålder: uppskattas till $4,3 \cdot 10^{17}$ sekunder

Största talet

Vilka stora tal används egentligen?

- Antalet bits i en hårddisk: ungefär 10^{13}
- Antalet celler i människokroppen: mer än 10^{14}
- Universums ålder: uppskattas till $4,3 \cdot 10^{17}$ sekunder
- Universums storlek:

Största talet

Vilka stora tal används egentligen?

- Antalet bits i en hårddisk: ungefär 10^{13}
- Antalet celler i människokroppen: mer än 10^{14}
- Universums ålder: uppskattas till $4,3 \cdot 10^{17}$ sekunder
- Universums storlek: uppskattas till $8,8 * 10^{26}$ meter

Google

Hur mycket är en googol?

Hur mycket är en googol?

En googol är lika med 10^{100}

Google

Hur mycket är en googol?

En googol är lika med 10^{100}

Det är en etta följd av 100 nollor!

Förenkla genom att skriva samma uttryck, fast med färre antal tecken:

Förenkla uttryck

Förenkla genom att skriva samma uttryck, fast med färre antal tecken:

1. $x \cdot x \cdot x \cdot x =$
2. $2^{10} \cdot 3^{10} =$
3. $\frac{\frac{\frac{1}{y}}{y}}{y} =$
4. $m^5 \cdot m^5 \cdot m^5 =$
5. $\frac{9^{20}}{9^4} =$
6. $\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 2}_{x \text{ gånger}} =$

Förenkla uttryck

Förenkla genom att skriva samma uttryck, fast med färre antal tecken:

1. $x \cdot x \cdot x \cdot x = x^4$
2. $2^{10} \cdot 3^{10} = 6^{10}$
3. $\frac{\frac{\frac{1}{y}}{y}}{y} = y^{-3}$
4. $m^5 \cdot m^5 \cdot m^5 = m^{15}$
5. $\frac{9^{20}}{9^4} = 9^{16}$
6. $\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 2}_{x \text{ gånger}} = 2^x$

Uppskattning

Potensreglerna hjälper vid snabba uppskattningar!

Potensreglerna hjälper vid snabba uppskattningar!

Uppskatta snabbt

Vilket är större: 2^{30} eller 3^{20}?

Uppskattning

Potensreglerna hjälper vid snabba uppskattningar!

Uppskatta snabbt

Vilket är större: 2^{30} eller 3^{20}?

$2^{30} = 2^{3 \cdot 10} = (2^3)^{10}$

Uppskattning

Potensreglerna hjälper vid snabba uppskattningar!

Uppskatta snabbt

Vilket är större: 2^{30} eller 3^{20}?

$2^{30} = 2^{3 \cdot 10} = (2^3)^{10}$

medan $3^{20} = 3^{2 \cdot 10} = (3^2)^{10}$

Uppskattning

Potensreglerna hjälper vid snabba uppskattningar!

Uppskatta snabbt

Vilket är större: 2^{30} eller 3^{20}?

$2^{30} = 2^{3 \cdot 10} = (2^3)^{10}$

medan $3^{20} = 3^{2 \cdot 10} = (3^2)^{10}$

Eftersom $2^3 = 8$ och $3^2 = 9$, så är $(2^3)^{10} < (3^2)^{10}$

Uppskattning

Potensreglerna hjälper vid snabba uppskattningar!

Uppskatta snabbt

Vilket är större: 2^{30} eller 3^{20}?

$2^{30} = 2^{3 \cdot 10} = (2^3)^{10}$

medan $3^{20} = 3^{2 \cdot 10} = (3^2)^{10}$

Eftersom $2^3 = 8$ och $3^2 = 9$, så är $(2^3)^{10} < (3^2)^{10}$

Således, $3^{20} > 2^{30}$.

Ekvationer

$2^4 = x$

Ekvationer

$2^4 = x$

Ganska straightforward att bestämma: $x = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

$2^4 = x$

Ganska straightforward att bestämma: $x = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 4 \cdot 4$

$2^4 = x$

Ganska straightforward att bestämma: $x = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 4 \cdot 4 = 16$

Ekvationen $x^4 = 2$

Svårare: $x^4 = 2$

Ekvationen $x^4 = 2$

Svårare: $x^4 = 2$

Hur bestämmer vi x?

Ekvationen $x^4 = 2$

Inte så enkelt att hitta på svaret, så vi fuskar.

Ekvationen $x^4 = 2$

Inte så enkelt att hitta på svaret, så vi fuskar.
Vi säger att x är just **det** (positiva) talet, som upphöjt till 4 blir lika med 2.

Ekvationen $x^4 = 2$

Inte så enkelt att hitta på svaret, så vi fuskar.
Vi säger att x är just **det** (positiva) talet, som upphöjt till 4 blir lika med 2.

För att inte skriva det på så långt sätt, har matematiker hittat på en beteckning.

Ekvationen $x^4 = 2$

x är just **det** (positiva) talet, som upphöjt till 4 blir lika med 2

$=$

$x = \sqrt[4]{2}$

Ekvationen $x^4 = 2$

Vi måste alltid kolla om det finns ett negativt x också.

Ekvationen $x^4 = 2$

Vi måste alltid kolla om det finns ett negativt x också.

För vår ekvation kan det vara $x = -\sqrt[4]{2}$

Ekvationen $x^4 = 2$

Kontroll:

Kontroll:

$$-\sqrt[4]{2} \cdot -\sqrt[4]{2} \cdot -\sqrt[4]{2} \cdot -\sqrt[4]{2}$$

Ekvationen $x^4 = 2$

Kontroll:

$$-\sqrt[4]{2} \cdot -\sqrt[4]{2} \cdot -\sqrt[4]{2} \cdot -\sqrt[4]{2} =$$
$$(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{2}$$

Ekvationen $x^4 = 2$

Kontroll:

$$-\sqrt[4]{2} \cdot -\sqrt[4]{2} \cdot -\sqrt[4]{2} \cdot -\sqrt[4]{2} =$$
$$(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{2} = 1 \cdot 2$$

Kontroll:

$$-\sqrt[4]{2} \cdot -\sqrt[4]{2} \cdot -\sqrt[4]{2} \cdot -\sqrt[4]{2} =$$
$$(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{2} = 1 \cdot 2 = 2$$

Det negativa svaret stämmer också!

Ekvationen $x^4 = 2$

Ekvationen $x^4 = 2$ har två svar:

Ekvationen $x^4 = 2$

Ekvationen $x^4 = 2$ har två svar:
$\sqrt[4]{2}$ och $-\sqrt[4]{2}$.

Ekvationen $x^4 = 2$

Observera att $\sqrt[4]{2}$ kan skrivas på ett annat sätt:

Ekvationen $x^4 = 2$

Observera att $\sqrt[4]{2}$ kan skrivas på ett annat sätt: $2^{\frac{1}{4}}$

Ekvationen $x^4 = 2$

Observera att $\sqrt[4]{2}$ kan skrivas på ett annat sätt: $2^{\frac{1}{4}}$

Kontroll:

Ekvationen $x^4 = 2$

Observera att $\sqrt[4]{2}$ kan skrivas på ett annat sätt: $2^{\frac{1}{4}}$

Kontroll: $2^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}$

Ekvationen $x^4 = 2$

Observera att $\sqrt[4]{2}$ kan skrivas på ett annat sätt: $2^{\frac{1}{4}}$

Kontroll: $2^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} = 2^{(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4})}$

Ekvationen $x^4 = 2$

Observera att $\sqrt[4]{2}$ kan skrivas på ett annat sätt: $2^{\frac{1}{4}}$

Kontroll: $2^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} = 2^{(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4})} = 2^1$

Ekvationen $x^4 = 2$

Observera att $\sqrt[4]{2}$ kan skrivas på ett annat sätt: $2^{\frac{1}{4}}$

Kontroll: $2^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} = 2^{(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4})} = 2^1 = 2$

Ekvationen $y^5 = 2$

Hur många svar har ekvationen $y^5 = 2$?

Hur många svar har ekvationen $y^5 = 2$?

Svar: ett svar.