Lektionen om e

Valentina Chapovalova

IT-Gymnasiet

skolåret 2011/2012

Talet e

$e \approx 2,718281828$

Talet e

$e \approx 2,718281828$

Ganska random tal ... eller?

Tillväxt

Låt oss undersöka processen tillväxt.

Tillväxt

Låt oss undersöka processen tillväxt.

Till exempel kan saker **fördubblas** efter ett visst tidsintervall.

Nudlar

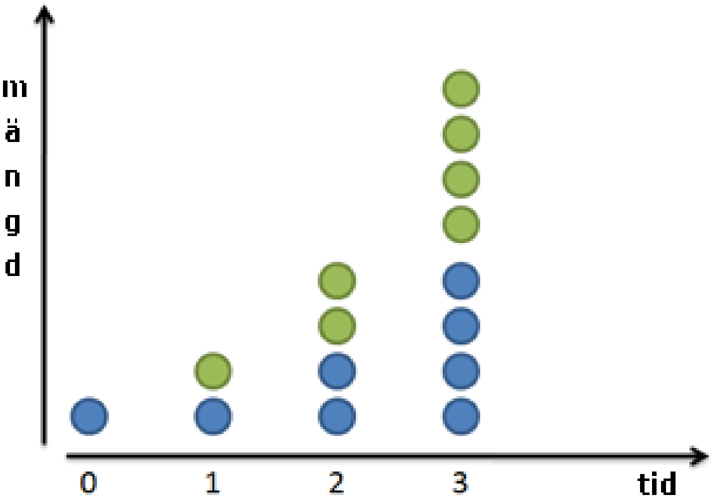
Som till exempel nudlar:
http://www.youtube.com/watch?v=auhHl5-6VdY

Pengar fördubblas

Eller om dina pengar på kontot fördubblas efter varje år:

Pengar fördubblas

Eller om dina pengar på kontot fördubblas efter varje år:



Fördubbling

Varje gång fördubblas antalet saker, så efter x gånger har vi:

Fördubbling

Varje gång fördubblas antalet saker, så efter x gånger har vi:
2^x

Fördubbling

Varje gång fördubblas antalet saker, så efter x gånger har vi:
2^x så många saker som vi hade innan.

Tillväxt vid fördubbling

tillväxt $= 2^x$

Tillväxt vid fördubbling

$\text{tillväxt} = 2^x$

$\text{tillväxt} = (1 + 100\%)^x$

Tillväxt vid fördubbling

$$\text{tillväxt} = 2^x$$

$$\text{tillväxt} = (1 + 100\%)^x$$

eller generellt:

Tillväxt vid fördubbling

$$\text{tillväxt} = 2^x$$

$$\text{tillväxt} = (1 + 100\%)^x$$

eller generellt:

$$\text{tillväxt} = (1 + \mathit{avkastning})^x$$

Tillväxt vid fördubbling

$$\text{tillväxt} = 2^x$$

$$\text{tillväxt} = (1 + 100\%)^x$$

eller generellt:

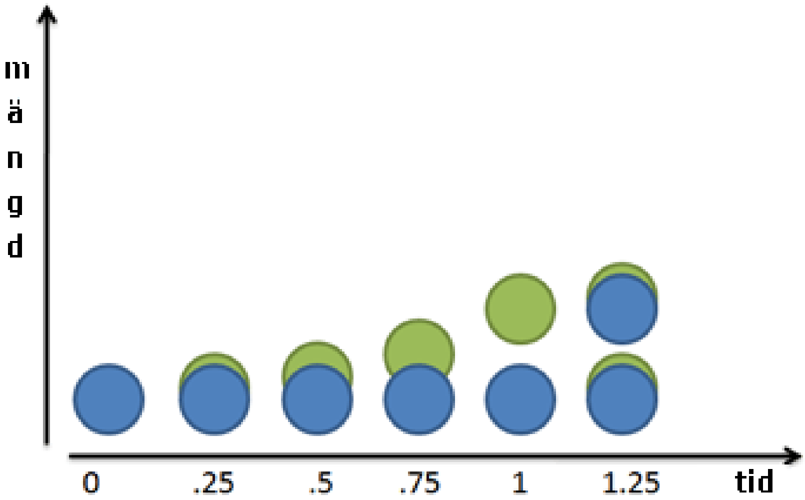
$$\text{tillväxt} = (1 + avkastning)^x$$

Naturlig bakterietillväxt

Egentligen fördubblas saker i naturen kontinuerligt:

Naturlig bakterietillväxt

Egentligen fördubblas saker i naturen kontinuerligt:



Naturlig tillväxt

Håller formeln för tillväxten fortfarande?

Håller formeln för tillväxten fortfarande?
Ja! Eftersom bakterier inte kan föröka sig förrän de är fullvuxna i alla fall.

Pengar är inte bakterier!

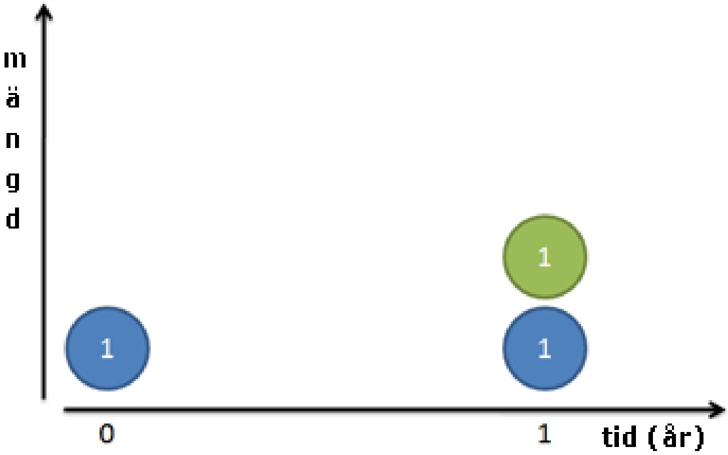
Så är det dock inte med pengar!

Pengar växer ett år

Enligt den gamla tillväxtformeln växer en krona så här:

Pengar växer ett år

Enligt den gamla tillväxtformeln växer en krona så här:

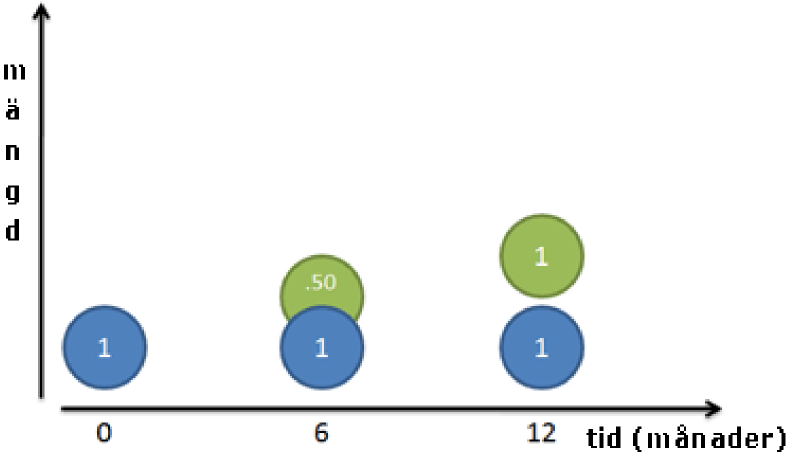


Pengar borde växa varje halvår

Vad händer i mitten av året:

Pengar borde växa varje halvår

Vad händer i mitten av året:

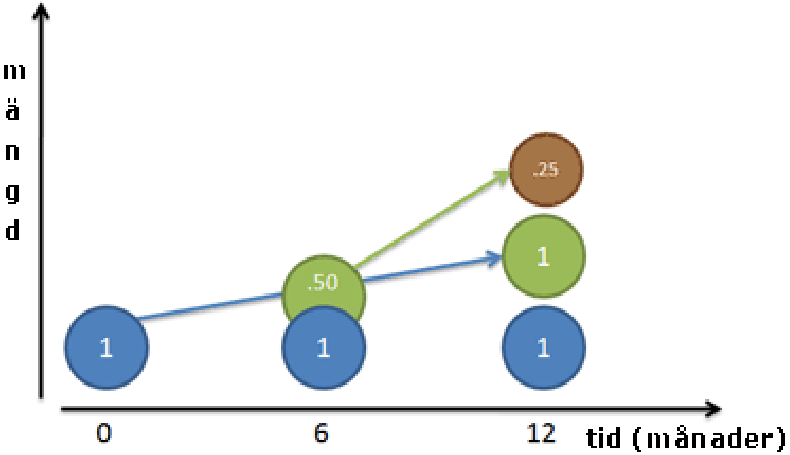


Pengar borde växa varje halvår

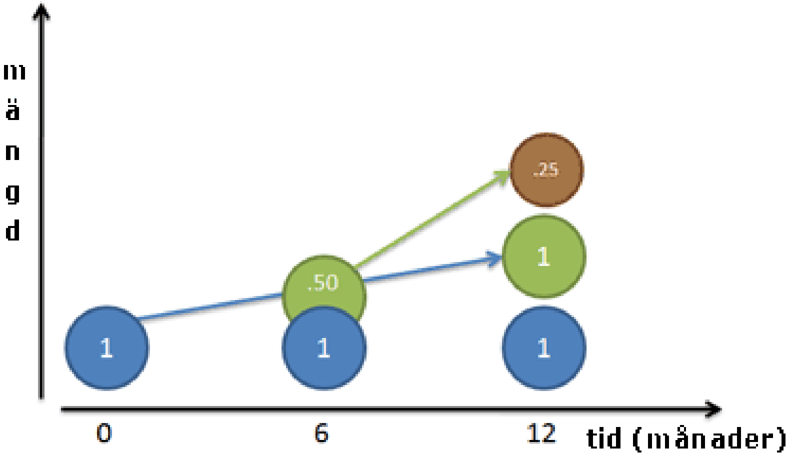
Nya pengar ska ge avkastning också:

Pengar borde växa varje halvår

Nya pengar ska ge avkastning också:



Nya pengar ska ge avkastning också:



Totalt får vi alltså 2,25 kronor efter ett år!

Tillväxt varje halvår

Om pengarna ökar med 50% varje halvår:

Tillväxt varje halvår

Om pengarna ökar med 50% varje halvår:

tillväxt$= (1+50\%)^2 = 2,25$

Tillväxt varje halvår

Om pengarna ökar med 50% varje halvår:

tillväxt$= (1 + 50\%)^2 = 2,25$

tillväxt$= (1 + 100\%/2)^2 = 2,25$

Oftare tillväxt

Vore det fördelaktigt att splitta tillväxten ännu mer?

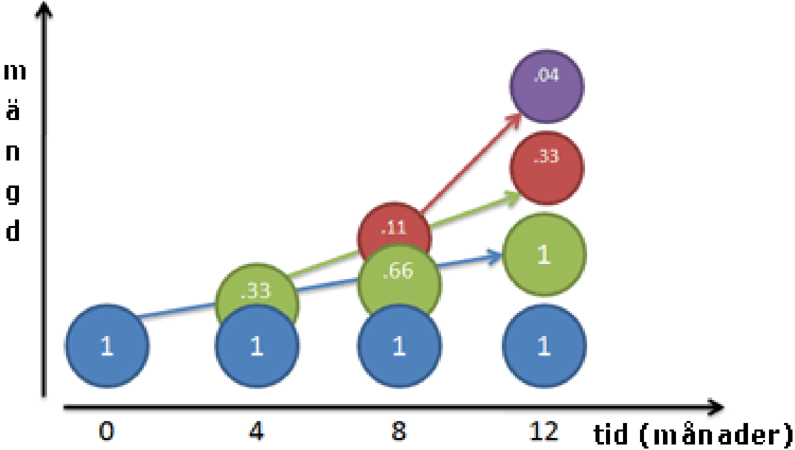
Oftare tillväxt

Vore det fördelaktigt att splitta tillväxten ännu mer?
Javisst!

Tillväxt var fjärde månad

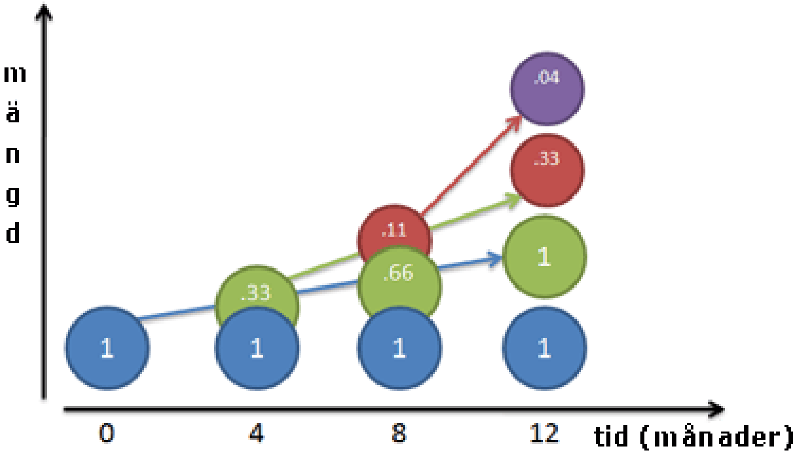
Om pengarna ökar var fjärde månad:

Om pengarna ökar var fjärde månad:



Tillväxt var fjärde månad

Om pengarna ökar var fjärde månad:



Totalt får vi ungefär $1 + 1 + 0,33 + 0,04 = 2,37$ kronor efter ett år!

Tillväxt varje fjärde månad

Vad säger formeln?

Tillväxt varje fjärde månad

Vad säger formeln?

tillväxt$= (1 + 100\%/3)^3 = 2,37037...$

Oändligt med pengar?

Vad säger formeln?

Oändligt med pengar?

Vad säger formeln?
Testa tillväxtformeln för olika n:

tillväxt$= (1 + avkastning)^{antal\ \ perioder}$

Oändligt med pengar?

Vad säger formeln?
Testa tillväxtformeln för olika n:

tillväxt$= (1 + avkastning)^{antal\ \ perioder}$

tillväxt$= (1 + 100\%/n)^n$

Definition av e

Just så **definieras** e, det är lika med tillväxten då 100%-ig avkastning uppdelas kontinuerligt över godtyckligt korta tidsperioder:

Definition av e

Just så **definieras** e, det är lika med tillväxten då 100%-ig avkastning uppdelas kontinuerligt över godtyckligt korta tidsperioder:

tillväxt$= e = \lim_{n \to \infty}(1 + \frac{1}{n})^n$

Definition av e

Just så **definieras** e, det är lika med tillväxten då 100%-ig avkastning uppdelas kontinuerligt över godtyckligt korta tidsperioder:

tillväxt$= e = \lim_{n \to \infty}(1 + \frac{1}{n})^n$

2,71828... kronor är alltå den **största summa pengar** vi kan få i slutet av året om vi har 100%-ig avkastning.

Två år

Om vi har 1 krona från början och får ha den på banken i två år med avkastningen 100% per år, vilket är den största summan pengar vi kan få i slutet av de två åren?

Två år

Om vi har 1 krona från början och får ha den på banken i två år med avkastningen 100% per år, vilket är den största summan pengar vi kan få i slutet av de två åren?
$A)2 * e \quad B)e^2 \quad C)e + 2 \quad D)e - 2$

Två år

Om vi har 1 krona från början och får ha den på banken i två år med avkastningen 100% per år, vilket är den största summan pengar vi kan få i slutet av de två åren?
$A)2 * e \quad B)e^2 \quad C)e + 2 \quad D)e - 2$

e^2

Två kronor

Om vi har 2 kronor från början och får ha dem på banken i ett år med avkastningen 100% per år, vilket är den största summan pengar vi kan få i slutet av det året?

Två kronor

Om vi har 2 kronor från början och får ha dem på banken i ett år med avkastningen 100% per år, vilket är den största summan pengar vi kan få i slutet av det året?
$A)2 * e \quad B)e^2 \quad C)e + 2 \quad D)e - 2$

Två kronor

Om vi har 2 kronor från början och får ha dem på banken i ett år med avkastningen 100% per år, vilket är den största summan pengar vi kan få i slutet av det året?
$A)2 * e \quad B)e^2 \quad C)e+2 \quad D)e-2$

$2 * e$

50%

Om vi har 1 krona från början och får ha den på banken i ett år med avkastningen 50% per år, vilket är den största summan pengar vi kan få i slutet av det året?

Om vi har 1 krona från början och får ha den på banken i ett år med avkastningen 50% per år, vilket är den största summan pengar vi kan få i slutet av det året?

$e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$