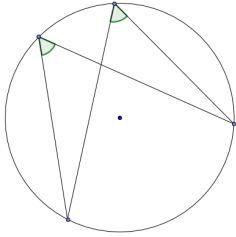


Tips för tävlingsmatematik

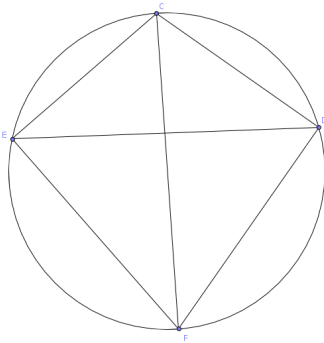
Vi kommer att tillsammans diskutera och viss mån bevisa dessa tips som ofta kommer till användning när man löser tävlingsproblem.

Geometri

- Följd av randvinkelsatsen: Randvinklar som står på samma båge är lika stora.

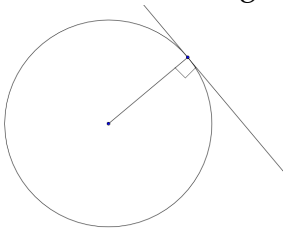


Övning: Markera så många par av lika stora vinklar som möjligt:

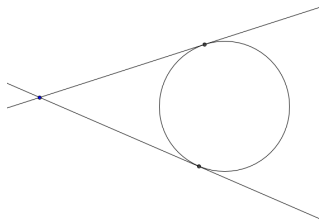


Vad är summan av de två motsatta hörnen i en inskriven fyrhörning lika med?

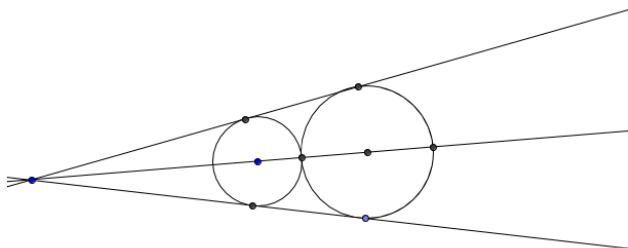
- Följd av randvinkelsatsen:
Vinkeln mellan tangenten och radien är lika med 90 grader.



- Tangentsträckorna från en och samma punkt är lika långa.



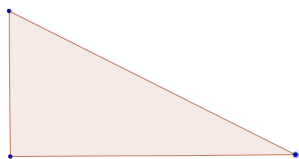
Övning: Markera så många uppsättningar av lika långa sträckorna mellan punkterna på bilden som möjligt:



Problem

Försök att lösa följande problem. Du kan använda satserna ovan eller lösa dem på ditt eget sätt, men bevisen måste vara vattentäta.

1. Bestäm alla vinklar i fyrhörningen $ABCD$, om alla dess hörn ligger på en och samma cirkel och $\angle ABD = 74^\circ$, $\angle DBC = 38^\circ$, $\angle BDC = 65^\circ$.
2. Du har en rätvinklig triangel med 3 olika långa sidor. Rita en sträcka inuti triangeln, så att tre lika långa sträckor bildas.



3. Triangeln ABC med sidorna $AB = 5$, $BC = 7$, $CA = 10$ har en cirkel inskriven i sig. Linjen som skär sidorna AB och BC i punkterna M

respektive K , tangerar den inskrivna cirkeln. Bestäm omkretsen för triangeln MBK .

4. I en konvex fyrhörning $ABCD$ vet man följande om vinklar: $\angle ABC = 116^\circ$, $\angle ADC = 64^\circ$, $\angle CAB = 35^\circ$ och $\angle CAD = 52^\circ$. Hitta den vinkeln mellan fyrhörningens diagonaler som står på sidan AB .
5. Hitta en triangel som går att dela upp i tre mindre kongruenta trianglar.

Svårare problem

1. Givet är en spetsvinklig triangel. Två cirklar ritas med två av triangelns sidor som diametrar. Visa att en av cirklarnas skärningspunkter ligger på triangelns tredje sida.
2. Den i triangeln ABC inskrivna cirkeln tangerar triangeln i punkterna A_1 på sidan BC , B_1 på sidan AC och C_1 på sidan AB . Den i triangeln $A_1B_1C_1$ inskrivna cirkeln tangerar triangeln $A_1B_1C_1$ i punkterna A_2 på sidan B_1C_1 , B_2 på sidan A_1C_1 och C_2 på sidan A_1B_1 . Bestäm vinklarna i triangeln $A_2B_2C_2$ då vinklarna vid A , B och C är givna.
3. I fyrhörningen $ABCD$ är $|AC| = 2|BC|$. Vidare gäller $\angle ABD = \angle DBC = \angle DAC$. Man vet att $\angle ADC = 90^\circ$. Bestäm fyrhörningens övriga vinklar.