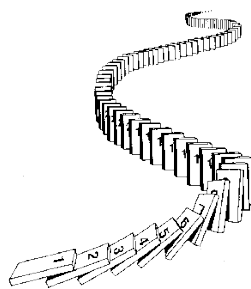


Diskussionsuppgift

På tavlan står två tal uppskrivna: 1, 1. Sedan skriver man in talens summa emellan dem, det blir 1, 2, 1. Sen gör man det en gång till, det vill säga alla grannantal får sin summa emellan sig, det blir 1, 3, 2, 3, 1. Efter tre operationer får man talen 1, 4, 3, 5, 2, 5, 3, 4, 1. Vad blir summan av alla tal som kommer stå på tavlan efter 100 sådana operationer?

Problem

1. I hur många delar delas planet upp med n linjer, varav inga två är parallella och inga tre skär varandra i en och samma punkt?
2. Visa att $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
3. Visa för alla positiva heltal n :
 - (a) $1 + 3 + \dots + (2n - 1) = n^2$
 - (b) $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n \cdot (n + 1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$
 - (c) $1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + n \cdot (n + 1) \cdot (n + 2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$
 - (d) $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots - (2n)^2 = -n(2n + 1)$
 - (e) $\left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{n+1}{2n}$



4. Bestäm summan: $1^3 + 2^3 + \dots + n^3$.