

Trigonometri

1. Definition för sinus av en vinkel α (mellan 0 och 90 grader) är förhållandet mellan till vinkeln α motstående sidan och hypotenusan i en rätvinklig triangel med en vinkel α . Vad är $\sin 60^\circ$ lika med? Bevisa!
2. Definition för cosinus av en vinkel α (mellan 0 och 90 grader) är förhållandet mellan till vinkeln α närliggande sidan och hypotenusan i en rätvinklig triangel med en vinkel α . Vad är $\cos 45^\circ$ lika med? Bevisa!
3. Vad är $\sin 0^\circ$? $\sin 90^\circ$? $\cos 0^\circ$? $\cos 90^\circ$?
4. Definitionen för sinus av en vinkel α (mellan 90 och 180 grader) är värdet $\sin(180^\circ - \alpha)$. Definitionen för sinus av en vinkel α (mellan 180 och 360 grader) är värdet $-\sin(360^\circ - \alpha)$. Definitionen för sinus av en godtycklig vinkel α är värdet $\sin(\alpha \bmod 360)$. Vad är $\sin 1170^\circ$ lika med?
5. Definitionen för cosinus av en vinkel α (mellan 90 och 180 grader) är värdet $-\cos(180^\circ - \alpha)$. Definitionen för cosinus av en vinkel α (mellan 180 och 360 grader) är värdet $\cos(360^\circ - \alpha)$. Definitionen för cosinus av en godtycklig vinkel α är värdet $\cos(\alpha \bmod 360)$. Vad är $\cos -675^\circ$ lika med?
6. Bevisa *trigonometriska ettan* för alla vinklar α :

$$(\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$$

7. Bevisa *sinusformeln för dubbla vinkeln* för alla vinklar α mellan 0 och 90:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

8. Lös ekvationen:

$$\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x \cdot \cos 8x = \frac{1}{16}$$

9. Låt en triangel ABC ha sidorna $a = BC, b = AC, c = AB$. Låt R beteckna den för triangeln omskrivna cirkelns radie. Visa att:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{1}{2R}$$

Ledtråd: dra en hjälpsträcka för att uttrycka $\sin A$ som en kvot mellan två sträckor.

10. Visa *sinussatsen*, det vill säga att för en godtycklig triangel ABC gäller:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

11. (SMT-2007) Visa att för en godtycklig triangel ABC gäller:

$$c \geq (a + b) \sin \frac{C}{2}$$