

Matematikcirkel Katedralskolan • 17 april 2013
Blandade problem

Problem

1. När den nya biografen i Solna öppnades såldes biljetterna för 40 kronor styck. Var tionde besökare fick komma in gratis och var hundra fick dessutom ett tusen kronor i gåva. Första kvällen inbringade totalt 8400 kr. Hur många besökare hade biografen den kvällen?
2. Visa att näst sista siffran i talet 3^n , där n är ett positivt heltal ≥ 3 , alltid är jämn.
3. Talen a_1, a_2, \dots, a_n är vardera lika med 1 eller -1. Vidare gäller

$$a_1a_2 + a_2a_3 + \dots + a_na_1 = 0$$

Visa att n måste vara delbart med 4.

4. Triangeln ABC är inskriven i en cirkel. Sidan AB är en diameter i denna cirkel. Triangeln ADE har hörnet D på sidan BC i den förstnämnda triangeln och hörnet E är på cirkeln. Punkterna D och E är valda så att vinkeln ADE är rät och så att $DE = DB$. Vidare är $AD = 10$ och $AC = 6$. Bestäm övriga sidor i triangeln ABC .