

Invarianter

Startproblemet

I en 4×4 -tabell står det plustecken i all rutom utom en, där det står ett minustecken. Man får välja en rad eller en kolonn och byta alla tecken där mot de motsatta. Kan man efter några sådana operationer få en tabell med bara plustecken?

Problem

- På tavlan står talen 1 till 100. Varje minut suddar man bort två av talen och skriver upp
 - det största av dem
 - deras summaistället. Vilket tal står ensamt kvar på tavlan i slutändan?
- På tavlan står talen 1 till 10. Varje minut ersätts något par av talen a och b med
 - $a + b - 1$
 - abVilket tal står på tavlan i slutändan?
- På bordet ligger två högar med godisar: en med 10 stycken och en med 15 stycken. Under ett drag kan man välja en hög och dela upp den i två mindre högar. Två spelare turas om att göra drag, och den spelaren som inte kan göra ett drag, förlorar. Kan spelare nummer två vinna oavsett vad första spelaren gör för drag?
- På bordet ligger ett vykort med bilden neråt. Kan man, genom att rulla över den på dess kanter, få kortet att komma tillbaka till startplatsen, men
 - med bilden uppåt?
 - bilden neråt men vänt 180° ?

5. Aliens på planeten ABA har bara två bokstäver: A och B. Två ord är varandras synonymer om man kan få den enda från den andra genom att lägga till eller ta bort "BA" eller "AABB" några gånger. Är orden "ABB" "BAA" synonymer till varandra?

Problem att samarbeta på

1. Talen 1 till 6 står i en ring i ordning. Man får lägga till 1 till valfria tre tal i följd, eller ta bort 1 från tre tal som står på varannan position. Kan man efter några sådana operationer göra alla talen lika?
2. Aladdin vill komma in i grottan med skatter, men dörren är stängd. Innanför grottan finns en tunna med fyra hål (hålen är likadana och är placerade som hörnen på en kvadrat). I varje hål finns en karaff med en fisk inuti. Varje fisk kan antingen ligga med huvudet eller stjärten upp.
Aladdin kan stoppa in händerna i två av hålen, känna efter hur fiskarna ligger där och vända på ingen fisk eller en fisk eller båda om han vill. Efter det snurrar tunnan och när den stannat kan han inte avgöra vilka hål han stoppade händerna i förra gången.
Dörren till grottan öppnas när alla 4 fiskar ligger likadant. Aladdin har 5 försök på sig. Kommer han att kunna komma in?