

Olikheter

Del 1. Summor och produkter

1. Visa att $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ för alla positiva tal a och b .
2. Visa att $z + \frac{1}{z} \geq 2$ för vilket som helst positivt z .
3. Visa att om summan av två tal är fixerad, så är talens produkt större, ju närmare talen är varandra. Till exempel, $5 + 5 = 4 + 6 = 3 + 7$ medan $5 \cdot 5 > 4 \cdot 6 > 3 \cdot 7$.
4. Visa att bland rektanglar med given omkrets, så är det kvadraten som har störst area.
5. Visa att bland rektanglar med given area, så är det kvadraten som har minst omkrets.

Del 2. Större och mindre

6. (a) Alla sidorna på en triangel är mindre än 0, 1. Kan triangelns area vara större än 10?
(b) Alla sidorna på en triangel är större än 10. Kan triangelns area vara mindre än 0, 1?
7. (a) Summan av några positiva tal är större än 1. Kan summan av deras kvadrater vara mindre än 0, 01?
(b) Summan av några positiva tal är mindre än 1. Kan summan av deras kvadrater vara större än 100?
8. (a) Summan av två positiva tal är mindre än 0, 01. Kan talens produkt vara större än 100?
(b) Summan av två positiva tal är större än 100. Kan talens produkt vara mindre än 0, 01?
9. (a) En rektangelns alla sidor blev $100m$ större. Kunde dess area ha ökat mindre än $0,01m^2$?
(b) En rektangelns alla sidor blev $0,01m$ större. Kunde dess area ha ökat mer än $100m^2$?

Del 3. Extrauppgifter

10. (a) Alla höjderna i en triangel är större än 100. Kan triangelns area vara mindre än 1?
(b) Alla höjderna i en triangel är mindre än 1. Kan triangelns area vara större än 100?
11. (a) Alla medianerna i en triangel är större än 100. Kan triangelns area vara mindre än 1?
(b) Alla medianerna i en triangel är mindre än 1. Kan triangelns area vara större än 100?