

Matematikcirkel Katedralskolan • 16 oktober 2013
Cykler

Diskutera

I talföljden $1, 1, 2, \dots$ är de två första termerna lika med 1, och alla nästkommande är lika med produkten av de föregående två, utökat med ett: $a_{n+1} = a_n \cdot a_{n-1} + 1$. Visa att talet a_{444} inte är delbart med 4.

Problem

- Bestäm resten när 3^{100} divideras med 7.
- Skickliga Simon fyllde i rutorna i tabellen nedan på så sätt att summan av siffrorna i tre på varandra följande rutor var lika med 15. Luriga Lisa suddade bort nästan alla siffror från tabellen.

6								4						
---	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--

Går det att återställa siffrorna i tabellen?

- Dividera 3 med 14 med hjälp av "liggande stolen". Vilken siffra kommer vara på plats 100 efter kommatecknet?
- En lärare på skolan lämnade lappar på alla klassrummen. På lapparna stod det "Jag är i klassrum xxx", där xxx kunde vara olika nummer på rummen. Sedan fick ingen veta vart läraren tog vägen. Fabian bestämde sig för att hitta honom genom att följa informationen på lapparna. Visa att han någon gång kommer att börja gå runt i en cykel.
- I en graf kallas ett hörn "hängande", om det utgår exakt en kant ur det. Rita en graf med 10 hörn, där inga är hängande. Men det ska finnas ett hörn A som skapar en graf med exakt 5 hängande hörn om man suddar bort A och alla kanter som utgår ifrån A.
- En cykel i en graf är en sluten väg som går genom olika kanter. Visa att om graf inte innehåller cykler, så innehåller den minst ett hängande hörn.

Extra problem

7. Redan en miljard år bestäms vädret på planeten Minecraft helt av det föregående årstiondet. Man vet att det finns nio typer av väder (magnetstorm, meteoritregn, frost osv.). Alla dagar den senaste veckan var vädret olika. Visa att det någon gång kommer en vecka med exakt samma uppsättning av dessa olika väder.



8. En Rubiks kub blev tilltrasslad genom att man utförde en kombination av vridningar på starttillståndet. Visa att man kan få kuben till att vara i starttillståndet igen genom att utföra samma kombination några gånger till.

