

Matematikcirkel Katedralskolan • 11 september 2013  
**Ekvationssystem**

## Problem

1. Lös ekvationssystemet, det vill säga bestäm alla lösningar (var säker på att de passar) och att inga andra lösningar finns:

$$\begin{cases} x + y + u = 4 \\ y + u + v = -5 \\ u + v + x = 0 \\ v + x + y = -8 \end{cases}$$

2. Lös ekvationssystemet:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 4x_4 + 4x_5 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 + 6x_5 = 3 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 8x_5 = 4 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 9x_5 = 5 \end{cases}$$

3. Bestäm alla talpar  $(x, y)$  som uppfyller ekvationen:

$$xy + 1 = x + y$$

4. Lös ekvationssystemet:

$$\begin{cases} xy(x + y) = 30 \\ x^3 + y^3 = 35 \end{cases}$$

5. Lös ekvationssystemet:

$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ x^2 + y^2 - z^2 = 0 \\ xyz = 60 \end{cases}$$

6. Hitta så många lösningar som möjligt till ekvationssystemet och försök att visa varför inga andra lösningar finns:

$$\begin{cases} x^2 - yz = x \\ y^2 - zx = y \\ z^2 - xy = z \end{cases}$$

7. Visa att systemet saknar reella lösningar:

$$\begin{cases} y = \sqrt{x + \sqrt{1 - x}} \\ x = \sqrt{y - \sqrt{1 + y}} \end{cases}$$

8. Om du har läst analys, lös ekvationssystemet:

$$\begin{cases} x = 1 + \ln(y) \\ y = 1 + \ln(z) \\ z = 1 + \ln(x) \end{cases}$$