

Matematikcirkel Katedralskolan • 9 oktober 2013
Informationsteori

Diskutera

Max tänker på ett heltal mellan 1 och 8. Fabian ställer frågor, som Max bara kan svara "ja" eller "nej" på. Fabian vill bestämma talet.

- (A) Kan han bestämma talet på tre frågor?
(B) På två frågor?

Problem

1. En 8×8 chokladkaka kan delas upp i 64 rutor genom att bryta i skårorna. I en av rutorna finns en nöt som Jon-Erik är allergisk mot. Genom att bryta av en rektangulär bit från en av bitarna som finns, får man veta huruvida nöten finns i den avbruta biten. Vilket är det minsta antalet brytningar som krävs för att garanterat bestämma var nöten är?
2. En liksidig triangel är uppdelad i 9 små kongruenta liksidiga trianglar. Johan markerade en av de små trianglarna med osynligt bläck. Timea kan peka på en triangel, vars sidor går längs med de utritade linjerna och då måste Johan svara huruvida den markerade triangeln ligger i den Timea pekar ut. Hur många frågor behöver Timea som minst för att garanterat hitta den markerade triangeln?
3. (a) En liten ordlista har 128 sidor och det finns 64 ord på varje sida. Ilian öppnade ordboken på ett slumpvist valt ställe och valde ut ett slumpvist ord från den sidan. Kan Björn gissa det ordet på 13 frågor?
(b) En liten svensk-engelsk ordbok har 80 sidor och 50 ord på varje sida. Ilian öppnade ordboken på ett slumpvist valt ställe och valde ut ett slumpvist ord från den sidan. Hur många frågor behöver Björn för att ta reda på ordet?
4. Magikern Fix tillsammans med en assistent genomför ett trick: en åskådare tänker på ett tal mellan 1 och 4. Assistenten har två teglas

på sitt bord. Fix vet att när han kommer tillbaka så kan det vara så att båda glasen är fulla och då tänker åskådaren på talet 1. Om vänstra glasets te är uppdruckat, så är det talet 2 som gäller, om högra glasets, så är det talet 3, om båda glasen är tomma, så är det talet 4 som åskådaren tänker på. Efter några sådana här trick sade åskådaren att han från och med nu bara skulle tänka på ett tal mellan 5 och 20.

- (a) Kan assistenten klara sig med 4 glas? Med 3 glas?
 - (b) Hur många glas behöver de om åskådaren ska tänka på ett tal mellan 1 och 50?
5. Det svenska alfabetet har 29 bokstäver. Morsealfabetet har bara två tecken: ett kort och ett långt streck. Man vill göra en kod där varje svensk bokstav skrivs med lika många morsetecken. Hur många tecken kommer varje bokstavskod bestå av?
6. Två spioner jobbar som lärare på en skola. De utbyter information genom betygslistor. Den första spionen kan på sin lektion sätta betyg på var och en av de 20 eleverna i klassen: 3, 4 eller 5. Hur mycket information kan han överföra på detta sätt? Kan han till exempel koda terminens slutdatum?
7. Det finns 6 diamanter som alla väger olika. Nalle Puh påstår att han alltid kan ordna dem efter vikt med hjälp av 9 vägningar på en balansvåg. Visa att han har fel.

Extra problem

8. Valentina tänker på ett heltal mellan 1 och 3. Du kan ställa en fråga som hon sanningsenligt kan svara "ja", "nej" eller "vet inte" på, så att du garanterat får veta vilket tal hon tänker på. Kom på en sådan fråga.
9. Det finns 17 kort. En åskådare tänker på ett av dem. Trollkarlen delar upp korten i 4 högar och frågar åskådaren i vilken hög kortet ligger. Vilket är det minsta antalet frågor trollkarlen behöver för att alltid kunna bestämma åskådarens kort?