

Matematikcirkel Katedralskolan • 28 augusti 2013  
**Positionssystemet och delbarhet**

## Problem

1. En tabell innehåller de udda talen från 1 till 49 (se figur). Man valde ut fem tal, som alla står på olika rader och olika kolumner. Vad är deras summa lika med?

1	3	5	7	9
11	13	15	17	19
21	23	25	27	29
31	33	35	37	39
41	43	45	47	49

2. Bestäm alla tvåsiffriga tal, som blir 4,5 gånger större när siffrorna byter plats.
3. Man tog ett femsiffrigt tal, skrev det baklänges och subtraherade från det ursprungliga talet. Visa att resultatet är delbart med 11.
4. Talet  $444 \dots 444$  är inte delbart med 8 oavsett hur många fyror det än innehåller. Bevisa det.
5. Talen 1 till 9 står runt en i cirkel i en godtycklig ordning. Om man tar en valfri siffra, kan man medurs läsa av ett tresiffrigt tal. Vad kan summan av de nio tresiffriga talen vara lika med?
6. Man strök sista siffran i ett visst tal och adderade detta till det ursprungliga talet. Resultat blev 2013. Bestäm alla sådana tal.
7. Bestäm alla sexsiffriga heltal  $N = a2006b$  som är delbara med 15.
8. En heltalskvadrat slutar på  $\dots 09$ . Visa att tredje siffran från höger är jämn.
9. Finns det ett positivt heltal vars kub har formen  $ababab1$  i talsystemet med basen 10, där siffran  $a$  är skild från 0?

V.G.V.

## Lös på egen hand

10. Jag tänker på 3 positiva heltal, alla är mindre än 100. Du får också välja tre tal (hur stora som helst) och begära mig att multiplicera mitt första med ditt första, mitt andra med ditt andra, mitt tredje med ditt tredje, och sedan uppge summan av de tre produkterna. Bestäm den minsta möjliga antalet sådana frågor för att säkert finna de tre tänkta talen.
11. I ett fyrsiffrigt positivt tal är entalssiffran och tiotalssiffran inbördes lika medan hundratalssiffran är densamma som tusentalssiffran. Talet är dessutom en jämn kvadrat. Bestäm talet.
12. Julius tänkte på ett tal, multiplicerade sedan det med 13, strök sista siffran i resultatet, sedan multiplicerade det nya talet med 7, återigen strök sista siffran i resultat och då fick han 21. Vilket tal tänkte han på från början?