

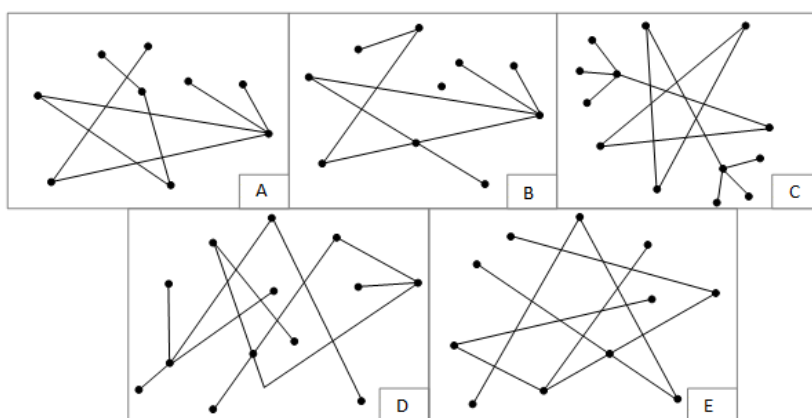
Träd

Definition 1 En graf kallas *sammanhängande* om det går att ta sig från ett av grafens hörn till vilket annat hörn som helst genom grafens kanter.

Definition 2 En graf kallas för *ett träd* om grafen är sammanhängande och inte har några cykler.

Problem

1. Rita om följande grafer så att kanterna inte korsar varandra. Vilka av graferna är träd?



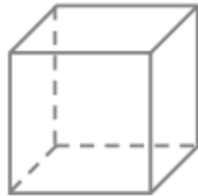
Sats (fyll i tomrummen och bevisa satserna)

(a) Ett träd som har exakt n hörn har exakt ... kanter.

(b) Om en sammanhängande graf har n hörn och ... kanter, så är grafen ett träd.

2. I ett land finns 30 städer och det finns en väg mellan varje par av städer. Vilket är det största antalet vägar man kan stänga för ombyggnad, för att det ändå ska gå att ta sig från godtycklig stad till vilken annan stad som helst?
3. I en graf har alla hörn grad 3. Visa att grafen har en cykel.

4. Ett volleybollnät har formen av en 50×200 -rektangel. Vilket är det största antalet repbitar man kan klippa upp så att nätet inte faller isär?
5. Går det att måla kanterna på en kub i två färger på så sätt att på kanterna av varje färg går det att ta sig från vilket hörn som helst till vilket annat hörn som helst?



6. Niklas har en bit metalltråd som är 48 cm lång. Av den vill han bygga ramen till en rombkubooktaeder med sidan 1 cm (se bild). Som minst, i hur många bitar måste Niklas klippa upp tråden för att bygga modellen?



7. Konungen Friedrich hade 5 söner. Bland hans ättlingar hade 100 stycken exakt 3 söner, medan alla andra dog utan att få några barn. Hur många ättlingar hade konungen Friedrich?
8. I ett land finns 15 städer och vissa av städerna är förbundna med flyglinjer. Tre flygbolag äger flyglinjerna i landet och man vet att även om ett av bolagen skulle lägga ner så skulle det ändå gå att ta sig från vilken stad som helst till alla andra (möjligheten med byten). Vilket är det minsta antalet flyglinjer som landet kan ha?