

*Matematikcirkel Katedralskolan • 2 oktober 2013*  
**Vägningar**

## Problem

1. I en korg ligger 13 äpplen. Du har fått tag på en speciell våg, som kan visa den exakta vikten, men bara om du lägger precis två äpplen på vågen. Kan du bestämma vad alla äpplen väger tillsammans med hjälp av endast 8 vägningar?
2. (a) Går att skriva 10 tal på en cirkel så att summan av vilka som helst tre på varandra följande tal blir positiv, medan summan av alla talen är negativ?  
(b) Går att skriva 10 tal på en rad så att summan av vilka som helst tre på varandra följande tal blir positiv, medan summan av alla talen är negativ?
3. På en fysikcirkel lade läraren vikterna 1g, 2g, 3g, . . . , 16g på en balansvåg, så att det blev ojämvikt. Efter det kom klassens femton elever fram, en i taget, och tog var sin vikt. Varje gång en elev tog en vikt, ändrade vågen läge och visade alltid obalans åt annat håll än precis innan. Vilken vikt kunde finnas kvar på vågen i slutet?
4. Flynn tillverkar falska mynt. Han tillverkade fyra mynt av valörerna 1, 3, 4 och 7 quatch, som ska väga 1g, 3g, 4g respektive 7g. Men han slarvade och ett av de falska mynten väger inte så mycket som den ska. Hur kan man genom två vägningar på en balansvåg utan hjälpvikter bestämma det slarvigt tillverkade myntet?
5. Bland 201 mynt finns 50 falska. Varje falskt mynt väger antingen 1g mindre eller 1g större än ett riktigt. Du har tillgång till en balansvåg som dessutom visar skillnaden i gram mellan skålarna, det vill säga vilken skål som väger mer och hur mycket. På en vägning kan du bestämma om ett givet mynt är falskt eller riktigt. Hur gör du?
6. Det finns 9 mynt som alla ser likadana ut, alla de borde väga 1g. Det gör åtta av mynten, men den falska väger mindre än 1g. Hur kan man genom två vägningar på en balansvåg utan hjälpvikter bestämma det falska myntet?

7. Det finns 27 mynt: 9 enkronor, 9 två kronor och 9 trekronor. Bland dem finns ett falskt mynt som väger mindre än de motsvarande riktiga. En riktig enkrona väger 1g, tvåkrona 2g och trekrona 3g. Med hjälp av en balansvåg utan hjälpvikter bestäm det falska myntet på
- (a) på 4 vägningar.
  - (b) på 3 vägningar.
8. Bland tre mynt finns ett som är falskt, men man vet inte om det är lättare eller tyngre än ett riktigt. Hur många vägningar krävs som minst för att bestämma det falska myntet, samt åt vilket håll vikten avviker?
9. En ond Konditor har ställt upp 1000 lådor på hyllorna i butiken, varav en innehåller en tårta, medan de andra är tomma. Konditorn går med att svara på dina frågor som berör lådorna och tårtan, men bara om man han svara "ja" eller "nej". Han lovar dessutom att ljuga högst en gång (när han säger det ljuger han inte). Hitta tårtan med 21 frågor.