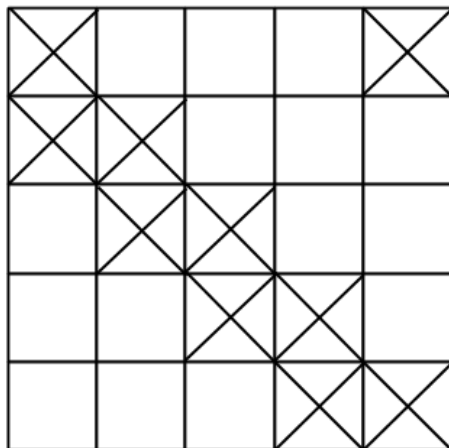


**Omgång 1 (14 minuter, 5 poäng per uppgift)**

**1-1** I en  $5 \times 5$ -tabell, kryssa i några rutor så att det finns exakt två kryss på varje rad och varje kolumn.

**Lösning:** Till exempel så:



**1-2** I följande uträkning har man ersatt siffror med bokstäver, på så sätt att olika bokstäver står för olika siffror medan samma bokstäver står för samma siffror.

$$DA + D = AMM$$

Hur såg uträkningen ut från början?

**Lösning:** Ett tvåsiffrigt tal adderat med ett ensiffrigt tal är mindre än  $100+10$ , alltså mindre än 110. Därför måste  $A = 1$ . Ett tal som är mindre än 110 men ändå slutar på två likadana siffror måste vara 100, alltså  $M = 0$ . För att komma upp i 100, måste det tvåsiffriga talet vara minst 90, annars blir summan som mest 89. Således,  $D = 9$ . Svaret är alltså  $91 + 9 = 100$ .

**1-3** Lös ekvationen  $((x/3 - 8) \cdot 2 - 6)/2 - 3 = 7$

**Lösning:** Ekvationen kan lösas baklänges:

$$((x/3 - 8) \cdot 2 - 6)/2 - 3 = 7$$

$$((x/3 - 8) \cdot 2 - 6)/2 = 10$$

$$(x/3 - 8) \cdot 2 - 6 = 20$$

$$(x/3 - 8) \cdot 2 = 26$$

$$x/3 - 8 = 13$$

$$x/3 = 21$$

$$x = 63$$

## Omgång 2 (14 minuter, 6 poäng per uppgift)

- 2-1 Dagens datum är 2014.03.01. Summerar man alla siffrorna i datumet, så blir det 11. ( $2 + 0 + 1 + 4 + 0 + 3 + 0 + 1 = 11$ ) Vilket är det närmaste datumet i framtiden som har siffersumman 10? Motivera varför inget tidigare datum fungerar som svar.

**Lösning:** Inget datum i mars har mindre siffersumma än 10, då dagens tal har som minst siffersumma ett. Alla datum i månaderna 04 till 09 har som minsta siffersumman något som är större än 11, för att det är åtminstone 1 större än dagens datum.

Oktober börjar med ett datum som har siffersumma 9: 2014.10.01. Alltså är dagen efter det närmaste datumet som har siffersumma 10: 2014.10.02 eller "andra oktober i år".

- 2-2 En pojke har lika många systrar som bröder, men hans syster har hälften så många systrar som bröder. Hur många pojkar och flickor finns det i den familjen?

**Lösning:** Pojkens syster har en syster mindre, men en mer bror i jämförelse. Antalet går att vara från lika många till att bli hälften. Beteckna antalet systrar den första pojken har med  $x$ . Om  $x - 1$  är hälften av  $x + 1$ , så måste  $x = 3$ . (För små  $x$  är förhållandet större, och för större  $x$  är förhållandet mindre.) Således har första pojken 3 systrar och 3 bröder, så det finns 3 flickor och 4 pojkar i familjen.

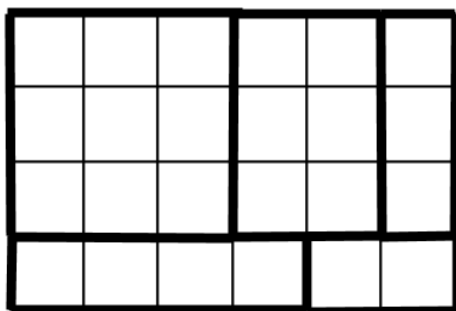
- 2-3 En träkub har sidlängden 1 m. Vi sågar upp kuben i små kuber som alla har sidlängden 1 cm och lägger alla småkuberna på en rad. Hur lång blir raden?

**Lösning:** En kub med sidlängden 1 m är 100 gånger längre än en kub med sidlängden 1 cm. Därför består den stora kuben av  $100 \cdot 100 \cdot 100 = 1000000$  småkuber. Raden blir 1000000 cm (en miljon cm) stor, det vill säga 10000 m eller 10 km.

### Omgång 3 (17 minuter, 7 poäng per uppgift)

- 3-1 Klipp upp ett  $6 \times 4$ -rutnät i fem stycken rektanglar med olika areor. Du får bara klippa längs med rutgränserna. Visa uppdelningen genom att rita en bild.

**Lösning:** Till exempel så:



- 3-2 Erik bestämde sig för att endast spela datorspel på onsdagar, lördagar och udda datum. Hur många dagar i rad som mest kan han njuta av datorspel? Motivera varför det antalet dagar är det största möjliga.

**Lösning:** Han kan spela sex dagar i rad: den 29:e, onsdag, den 31:a, den 1:a, lördag, den 3:e. Han kan inte spela 7 dagar i rad, eftersom under minst 3 av dagarna kommer datumet vara ett jämnt tal och dessa dagar kan inte täckas av onsdagar och lördagar, eftersom den under veckan förekommer som mest en onsdag och en lördag.

- 3-3 Bob blandar saft genom att späda ut saftkoncentrat med vatten så att det bildas exakt 2 liter saft. Bob tog 5 delar vatten till 1 del koncentrat. Sedan drack Bob ett glas (2 dl) av saften och märkte att det inte smakade något vidare. Han upptäckte att han hade läst fel och att han borde ha blandat 2 delar vatten med 1 del koncentrat. Hur mycket saftkoncentrat borde Bob hälla in i kannan för att få perfekt smak på saften?

**Lösning:** Från början gjorde Bob 20 dl saft.  $\frac{5}{6}$  av det var vatten och  $\frac{1}{6}$  koncentrat. Han har nu 18 dl saft med samma proportioner. Således är det 3 dl koncentrat och 15 dl vatten blandat i kannan just nu. Bob vill få mängden vatten att vara dubbel så stor som mängden koncentrat. Då måste han ha 7,5 dl koncentrat i kannan och alltså måste hälla till 4,5 dl koncentrat.

## Omgång 4 (17 minuter, 8 poäng per uppgift)

- 4-1 Sätt ut siffrorna 1,1,2,2,3,3,4,4 i en sådan ordning att det finns exakt en siffra mellan 1:orna, två siffror mellan 2:orna, tre siffror mellan 3:orna och fyra siffror mellan 4:orna.

**Lösning:** Till exempel så: 41312432

- 4-2 Man gjorde följande förändringar med en rektangel: först ökade längden med 50%, sedan minskade bredden med 40%, sedan minskade längden med 40% och till sist ökade bredden med 50%. Har rektangelns area blivit lika stor som i början, mindre eller större, och hur stor var den procentuella förändringen om den inte förblev lika stor?

**Lösning:** Rektangelns area ökade först med faktorn 1,5, sedan med faktorn 0,6 (eftersom bredden minskades med 40%), sedan med faktorn 0,6 och till sist med faktorn 1,5.

Totalt förändrades arean med faktorn  $1,5 \cdot 0,6 \cdot 0,6 \cdot 1,5 = 0,81$  och alltså blev 19% mindre.

- 4-3 Anna och Chris springer runt en löpbana. De startar från samma ställe samtidigt och håller sina hastigheter. Chris springer mycket snabbare och kommer om Anna för första gången då hon är på sitt första varv och har  $\frac{1}{4}$  av banan kvar. De bestämmer sig för att sluta när Anna har sprungit 6 varv. Hur många varv har Chris hunnit springa?

**Lösning:** När Chris kommer om Anna, så har han sprungit ett varv och tre kvarts varv till, medan Anna har sprungit 3 kvarts varv. Således springer Chris 7 gånger en sträcka på den tiden Anna springer 3 gånger samma sträcka. Så på tiden Anna springer 3 varv springer Chris 7 varv, och på tiden Anna springer 6 varv springer Chris 14 varv.