

Blandat

Problem

1. I en låda ligger vita, blå, röda och gröna kulor. Det vita kulorna är 4 gånger så få som blå, röda och gröna tillsammans. De blå kulorna är 6 gånger så få som de vita, röda och gröna tillsammans. Visa att antalet kulor i lådan är delbart med 35.
2. Daniel delade upp en kvadrat i sex rektanglar och skrev upp vad rektanglarna hade för respektive bredd och höjd. Kanda han ha skrivit upp 12 olika tal? Om "ja", visa hur uppdelningen kunde ha gått till, om "nej" förklara varför.
3. (a) Hitta ett positivt heltal som är delbart med 99 och vars alla siffror är jämna.
(b) Bestäm det minsta sådana talet.
4. (a) Kalle Anka skrev upp nio positiva heltal på ett papper (ett och samma tal kunde förekomma flera gånger). Knatte sade att det fanns två tal var summa var lika stor som summan av de andra sju talen. Fnatte sade att det fanns tre tal var summa var lika stor som summan av de andra sex talen. Tjatte sade att det fanns fyra tal var summa var lika stor som summan av de andra fem talen. Kunde alla Knattarna ha haft rätt?
(b) Kalle Anka skrev upp 2014 positiva heltal på ett papper (ett och samma tal kunde förekomma flera gånger). Kunde det hända att för alla positiva heltal k från och med 2 till och med 2012 så finns det k tal bland de uppskrivna vars summa är lika med hälften av summan av alla talen?
5. Två punkter rör sig med konstanta hastigheter på en sträcka. Första punkten tar sträckan på 17 sekunder, den andra på 41 sekunder. När punkten når en av sträckan ändrar så vänder den direkt tillbaka och fortsätter röra sig på samma sätt. Punkterna startade samtidigt från samma ände. Efter hur lång tid kommer deras 1001:a möte ske? (Mötet vid starten räknas inte.)
6. På tavlan står hundra 1:or. Det är tillåtet att suddas bort ett tal och istället skriva upp två hälften så stora tal. Visa att hur många operationer man än utför kommer det alltid att stå minst 51 likadana på tavlan.

7. Kan en konvex femhörning ha diagonaler vars längder är 2,3,4,6 och 9?
8. Låt $a \bullet b$ stå för det största utav talen $2a$ och $a+b$, medan $a \blacklozenge b$ stå för det minsta utav talen $2a$ och $a+b$ (om $a = b$, så är $a \bullet b = a \blacklozenge b = 2a = 2b$). Lös ekvationen: $(x \blacklozenge 1007) \blacklozenge 2014 = 2014 \bullet (1007 \bullet x)$.