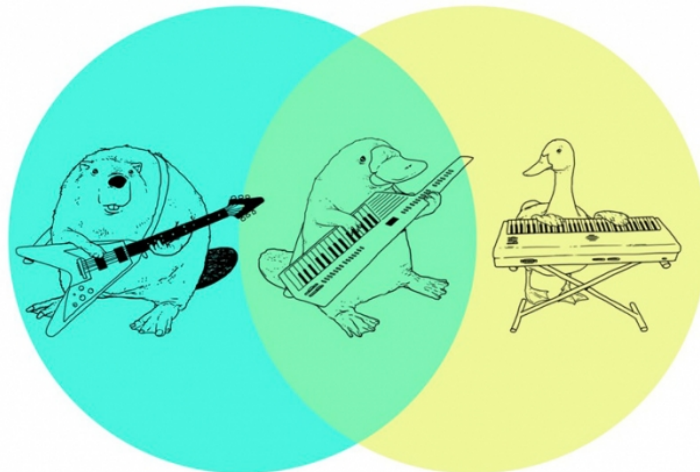


Matematikcirkel Katedralskolan • 5 mars 2014
Principen om inklusion/exklusion



Diskussionsproblem

Låt P vara mängden av alla rätvinkliga trianglar, R - mängden av alla likbenta trianglar och S - mängden av alla liksidiga trianglar. Representera mängderna med hjälp av Venndiagram.

Problem

1. Hur många naturliga tal under 1000 är delbara med 3? Delbara med 5? Med 15? Inte delbara med vare sig 3 eller 5?
2. Om A är en mängd, så betecknas antalet element i den med $|A|$. Element, som finns i mängden A eller mängden B utgör mängden $A \cup B$. Element, som finns både i mängden A och mängden B utgör mängden $A \cap B$.

Visa formeln för inklusion/exklusion för två mängder:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

3. I en grupp med 50 barn kan vissa alla bokstäver, utom "s", som de skippar när de skriver, medan alla andra kan alla bokstäver, utom "v", som de skippar på samma sätt. En gång bad läraren 10 elever att skriva ordet "sal", 18 andra att skriva ordet "val", och resten att skriva ordet "sval". Det visade sig att orden "sal" och "val" förekom nedskrivna 15 gånger var. Hur många barn skrev sitt ord korrekt?

4. Visa formeln för inklusion/exklusion för tre mängder:
 $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap C| - |A \cap B| - |C \cap B| + |A \cap B \cap C|$
5. Golvet i ett litet rum på $6m^2$ är täckt med tre mattor som har arean $3m^2$ var. Visa att ett par av mattorna överlappar varandra med minst $1m^2$.
6. En kub med sidan 20 är uppdelad i 8000 likadana små kuber och i varje liten kub står ett tal. Varje rad med 20 kuber har talsumman 1 (vi betraktar rader i alla 3 riktningar). I en liten kub står talet 10. Tre $1 \times 20 \times 20$ -lager som är parallella med stora kubens sida innehåller just den lilla kuben. Bestäm summan av alla tal utanför de lagren.
7. Hur många heltal mellan 1 och 1 000 000, är varken kvadrattal, kubtal eller fjärdepotenser?
8. En turist lämnade sitt bagage på tågstationen i en automatisk förvaringsbox. När han kom tillbaka visade sig att han hade glömt bort koden för att öppna boxen. Han minns dock att koden innehöll talen 23 och 37. För att öppna boxen måste man skriva in den korrekta femsiffriga koden.
Vilket är det minsta antalet koder turisten måste testa för att garanterat öppna boxen?