

Skriftligt prov

Inför Mattekollo 2015

Matematik är KUL men Mattekollo 2015 har tyvärr begränsat antal platser... Det blir även roligare kollo om de som kommer är lika intresserade av matematik och har ungefär liknande kunskapsnivå. Vi har därför förberett ett antal uppgifter. För att du ska ha så roligt som möjligt på lägret är det viktigt att du löser uppgifterna utan hjälp av föräldrar, internet med mera.

Om du vill vara med, lös dessa uppgifter så bra som du kan och skicka in lösningar till **mattekollo@gmail.com** senast den **2 juni 2015**. Skriv numret på uppgiften (1-4) på bladet där lösningsförslaget finns. Du behöver inte skriva av själva problemen.

Dina lösningar ska skickas in alla samtidigt och vara attachments till din e-post, tillåtna format är .txt, .doc, .docx, .pdf, .jpg, .tif, .png (det kan vara inscannade bilder eller datorskrivna dokument). Filerna du skickar får inte överstiga 3 Mb i storlek. I ämnesraden (subject) skriver du "Skriftligt prov", samt ditt förnamn och efternamn, t.ex. "Skriftligt prov Anna Svensson" är en godkänd ämnesrad.

Om du kommer på att du vill ändra något så skicka alla lösningar på nytt igen. Vi kommer då bara kolla på det senast inskickade mailet, medan alla tidigare mail ignoreras.

Vi kommer att rätta alla lösningar som kommer in i tid och meddela om vi kan erbjuda plats till dig senast den **18 juni 2015**.

Misströsta inte om vi inte har möjlighet att ta in just dig till årets kollo. Försök nästa år igen, och fortsätt ha kul med matematik!!

Ju bättre du förklarar dina lösningar, desto större chans har du att komma med på Mattekollo 2015! Skriv ner dina tankar även om du inte har löst hela uppgiften.

Lös så många du kan av nedanstående (numrerade) problem, och förklara noga hur du har tänkt.

FÄNGELSEÖN

Fem supersmarta pirater (vi antar att de automatiskt löser alla matteproblem de ställs inför) har tillsammans med en tjuv och sex mördare blivit gripna och färdas i två fångkärror mot fängelseön.

Vallgraven. I första kärnan kommer tjuven, två pirater och tre mördare. En vakt måste frakta dem med båt — maximalt två fångar åt gången (fler får han inte plats med i båten samtidigt) — över en vallgrav.



Tjuven och piraterna är rädda för mördarna, och vill inte vid något tillfälle vara färre än mördarna. Denna situation får alltså inte ske vid vare sig den ena eller andra stranden, med båtens fångar inräknade (men vakten räknas alltså inte in).

Vakten går med på att ordna detta och rör fram och tillbaka över vallgraven några gånger, så att de sex fångarna kommer över utan att denna situation uppstår. Vakten tar fångarna till deras celler och rör sedan från fängelseön för att möta upp den andra fångkärnan.

De sex återstående fångarna ska nu även de åka över vallgraven, men den här gången har vakten tröttnat på att ro och kräver att fångarna sköter rodd och landstigning medan han vakar inuti båten under resten av transporten (så minst en fånge måste hela tiden följa med i båten). Piraterna kommer ändå på ett sätt att slutföra transporten utan att någon grupp mördare hamnar med ett färre antal medfångar.

1. Beskriv hur transporten av de 12 fångarna kan ha gått till (dvs vilka fångar som åker med på varje resa över vallgraven). Om du inte kommer på hur du kan få över alla fångarna så beskriv hur du kan få över så många som möjligt!

Koden. I fängelset är fångarnas celldörrar låsta med kombinationslås. För att öppna ett lås måste man knappa in rätt kod på 9 siffror (siffrorna 0-9 är möjliga). Tjuven börjar försöka öppna sitt lås genom att prova sig fram, och han klarar av att testa en kod per sekund.

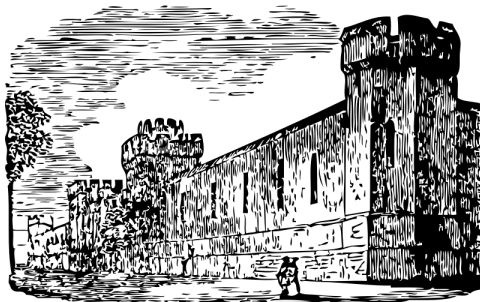
2. Hur lång tid tar det innan tjuven säkert lyckas öppna låset med denna metod? Svara i antal hela år, dagar, timmar, minuter och sekunder.

Som tur är för fångarna har vakten (som inte vet att piraterna är duktiga på matte) lämnat en lista med minnesregler för låskoden framme. Där står:

- (i) Produkten av kodens siffror är 100.
 - (ii) Hela koden bildar ett jämnt tal.
 - (iii) Summan av kodens två sista siffror är jämn.
3. (a) Vilka siffror kan, respektive kan inte, ingå i koden (ange så många siffror du kan)?

(b) Vilka kan de två sista siffrorna vara?

(c) Hur lång tid tar det att testa alla koder som uppfyller listans krav? Svara i antal sekunder.



Papegojorna. Piraterna kan nu enklare prova sig fram till rätt kod, men ett (svårt!) problem återstår innan de kan rymma. Piraternas kära papegojor har också infångats, och varje pirats papegoja sitter i en bur antingen i tornet eller i katakomberna.

För att under natten hinna rymma med sin papegoja utan att bli upptäckt måste en pirat ha listat ut på vilken av platserna hennes papegoja hålls fången. Vakten förstår detta, och ser därför till att hålla hemligt för varje pirat var just hennes papegoja hålls fången. Det är dock allmänt känt att pirater är alldeles för misstänksamma mot varandra för att ens försöka samarbeta, så vakten låter utan risk varje pirat veta på vilken plats de andra piraternas papegojor hålls fångna, vilket varje pirat vet om.



Antag att vi (men förstås inte piraterna) vet att det finns två papegojor i tornet och tre i katakomberna. En morgon försägar sig vakten, och beklagar sig inför alla fem piraterna över hur jobbigt det är att inte alla papegojorna är på samma ställe. När solen går upp i gryningen kan piraterna se om någon eller några andra pirater rymt under natten. Antag att inga extra säkerhetsåtgärder införs om någon pirat rymmer.

4. Efter hur många nätter har alla fem piraterna rymt?

(Sedan levde piraterna och deras papegojor lyckliga i alla sina dagar!)